

A priedas. Girotropinių bangolaidžių su anizotropiniu dielektriko sluoksniu matematinis modelis

Giroelektriniuose bangolaidžiuose sklindančių EM bangų dispersinėms lygtims išvesti naudojamos vektorinės diferencialinės Maksvelo lygtys kompleksinėms amplitudėms:

$$\mathbf{rot} \underline{\mathbf{E}} = -i\omega\mu_r^p \mu_0 \underline{\mathbf{H}}, \quad \mathbf{rot} \underline{\mathbf{H}} = i\omega\tilde{\epsilon}_r^p \epsilon_0 \underline{\mathbf{E}}, \quad (\text{A } 1)$$

čia $\underline{\mathbf{E}}$ ir $\underline{\mathbf{H}}$ – harmoniškai kintančių elektrinio ir magnetinio laukų stiprio vektorių kompleksinės amplitudės.

Giroelektrinėje šerdyje 1 (2.1 pav.) elektrinio ir magnetinio laukų stiprių kompleksinės išilginių komponentių amplitudės yra:

$$\underline{E}_{z1}^p = \left[\underline{a} \underline{A}_1 J_1(\underline{k}_{\perp 1}^p r^p) + \underline{B}_1 J_1(\underline{k}_{\perp 2}^p r^p) \right] e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 2)$$

$$\underline{H}_{z1}^p = \left[\underline{A}_1 J_1(\underline{k}_{\perp 1}^p r^p) + \underline{b} \underline{B}_1 J_1(\underline{k}_{\perp 2}^p r^p) \right] e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 3)$$

čia \underline{a} ir \underline{b} – bangų ryšio koeficientai, nurodantys, kokiomis proporcijomis susimaišo E ir H tipų bangų amplitudės hibridinėse bangose; \underline{A}_1 ir \underline{B}_1 – nežinomi kompleksiniai amplitudžių koeficientai; $J_1(\underline{k}_{\perp 1,2}^p r^p)$ – Beselio pirmosios eilės funkcijos su kompleksiniais argumentais $\underline{k}_{\perp 1,2}^p r^p$; $\underline{k}_{\perp 1,2}^p$ – EM bangų šerdyje skersiniai skaičiai; r^p – puslaidininkinės šerdies spindulys.

Anizotropinio dielektriko (2.1 pav.) sluoksnyje 2 bangų lygtys užrašomos išraiškėmis:

$$\underline{E}_{z2}^{\text{ad}} = \left[\underline{A}_2 J_1(\underline{k}_{\perp 1}^{\text{ad}} r^p) + \underline{A}_3 N_1(\underline{k}_{\perp 1}^{\text{ad}} r^p) \right] e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 4)$$

$$\underline{H}_{z2}^{\text{ad}} = \left[\underline{B}_2 J_1(\underline{k}_{\perp 1}^{\text{ad}} r^p) + \underline{B}_3 N_1(\underline{k}_{\perp 1}^{\text{ad}} r^p) \right] e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 5)$$

čia $\underline{A}_{2,3}$ ir $\underline{B}_{2,3}$ – nežinomi kompleksiniai amplitudžių koeficientai; $J_1(\underline{k}_{\perp 1,2}^{\text{ad}} r^p)$ – Beselio pirmosios eilės funkcijos su kompleksiniais argumentais $\underline{k}_{\perp 1,2}^{\text{ad}} r^p$; $N_1(\underline{k}_{\perp 1,2}^{\text{ad}} r^p)$ – Neimano pirmosios eilės funkcijos; $\underline{k}_{\perp 1,2}^{\text{ad}}$ – EM bangų anizotropiniame dielektriko sluoksnyje skersiniai skaičiai. Pastarieji išreiškiami formulėmis:

$$\underline{k}_{\perp 1}^{\text{ad}} = \sqrt{k_{\underline{\varepsilon}_{xx}}^2 - \underline{h}^2}, \quad (\text{A } 6)$$

$$\underline{k}_{\perp 2}^{\text{ad}} = \sqrt{\frac{\underline{\varepsilon}_{zz}^{\text{ad}}}{\underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}}} \left(k_{\underline{\varepsilon}_{xx}}^2 - \underline{h}^2 \right)}, \quad (\text{A } 7)$$

čia $\underline{h} = h' - ih''$ – kompleksinė bangų sklidimo konstanta; $h' = \text{Re}(\underline{h}) = 2\pi / \lambda_b$ – bangų fazės koeficientas; λ_b – bangų ilgis bangolaidyje; $h'' = \text{Im}(\underline{h})$ – silpimo koeficientas); $k = \omega / c$ – bangų skaičius vakuume.

Elektrinio ir magnetinio laukų stiprių išilginės komponentės ore aprašomos lygtimis:

$$\underline{E}_{z3}^{\circ} = \underline{A}_4 \text{H}_1^{(2)}(\underline{k}_{\perp}^{\circ} R) e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 8)$$

$$\underline{H}_{z3}^{\circ} = \underline{B}_4 \text{H}_1^{(2)}(\underline{k}_{\perp}^{\circ} R) e^{i\varphi}, \quad (\text{A } 9)$$

čia \underline{A}_4 ir \underline{B}_4 – nežinomi kompleksiniai amplitudžių koeficientai; $\text{H}_1^{(2)}(\underline{k}_{\perp}^{\circ} R)$ – Hankelio antrosios rūšies pirmosios eilės funkcija su kompleksiniu argumentu $\underline{k}_{\perp}^{\circ} R$; $\underline{k}_{\perp}^{\circ}$ – bangų skersinis skaičius ore; $R = r^{\text{P}} + d$ – bangolaidžio spindulys, d – anizotropinio dielektriko sluoksnio storis.

EM bangų skersinių komponentių kompleksinės amplitudės gaunamos įrašant išilginių komponentių išraiškas (A 2 – A 5, A 8, A 9) į ryšio tarp komponentių lygtis $\underline{E}_{\varphi 1,3}^{\text{P},\circ}$ bei $\underline{H}_{\varphi 1,3}^{\text{P},\circ}$.

Elektrinių ir magnetinių laukų stiprių skersines komponentes anizotropiniame dielektriko sluoksnyje užrašome išraiškomis:

$$\underline{E}_{\varphi 2}^{\text{ad}} = \frac{1}{\underline{\Delta}_P^{\text{ad}}} \left(\underline{p}_{k1} \frac{\partial \underline{H}_{z2}^{\text{ad}}}{\partial r^{\text{P}}} - \underline{p}_{k2} \frac{1}{r^{\text{P}}} \frac{\partial \underline{H}_{z2}^{\text{ad}}}{\partial \varphi} \right), \quad (\text{A } 10)$$

$$\underline{H}_{\varphi 2}^{\text{ad}} = -\frac{1}{\underline{\Delta}_P^{\text{ad}}} \left(\underline{p}_{k3} \frac{\partial \underline{E}_{z2}^{\text{ad}}}{\partial r^{\text{P}}} + \underline{p}_{k4} \frac{1}{r^{\text{P}}} \frac{\partial \underline{E}_{z2}^{\text{ad}}}{\partial \varphi} \right), \quad (\text{A } 11)$$

čia $\underline{p}_{k1,2,3,4}$ ir $\underline{\Delta}_P^{\text{ad}}$ – laikinieji koeficientai:

$$\underline{p}_{k1} = i\omega \mu_0 (k_{\underline{\varepsilon}_{xx}}^2 - \underline{h}^2), \quad (\text{A } 12)$$

$$\underline{p}_{k2} = p_{k4} = i\underline{h}^2 (k^2 \underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}} - \underline{h}^2), \quad (\text{A } 13)$$

$$\underline{p}_{k3} = i\omega\varepsilon_0 \underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}} (k^2 \underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}} - \underline{h}^2), \quad (\text{A } 14)$$

$$\underline{\Delta}_P^{\text{ad}} = k^4 \left(\underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}} \right)^2 - 2\underline{h}^2 k^2 \underline{\varepsilon}_{xx}^{\text{ad}} + \underline{h}^4. \quad (\text{A } 15)$$

Toliau panaudojamos ribinės sąlygos tarp skirtingų sričių ir gaunama bangolaidžiuose sklindančių EM bangų dispersinių lygčių sistema. Ji 1 ir 2 pav. elektrodinaminio modelio atveju užrašoma kaip kompleksinis 8-osios eilės determinantas, trumpai aprašomas išraiška:

$$\underline{D}^{\text{p-ad}} = \det(\underline{a}_{jk}) = 0, \quad (\text{A } 16)$$

čia \underline{a}_{jk} – determinanto kompleksiniai elementai; j ir k –eilučių ir stulpelių numeriai, nurodantys elementų vietas determinante.

Dispersinių lygčių sistemai spręsti taikomas nuoseklaus priartėjimo (iteracinis) metodas. Pagal (A 16) išraišką skaičiuojamos bangų normuotųjų koeficientų – fazės $h'r^{\text{p}}$ ir silpimo $h''r^{\text{p}}$ priklausomybės nuo normuotojo dažnio $f r^{\text{p}}$, kai bangolaidžiuose sklinda hibridinės pagrindinio tipo HE_{11} bangos.