Polemika

APIE „KLAIDINGĄ IMPLIKACINĘ PRIELAIDĄ“

Jonas Dagys

Vilniaus universiteto Filosofijos istorijos ir logikos katedra
Universiteto g. 9/1, LT-01513 Vilnius
El. paštas: jonas.dagys@fsf.vu.lt

Mindaugas Briedis

Vilniaus Gedimino technikos universiteto Filosofijos ir politologijos katedra
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius
El. paštas: mindaugas.briedis@hi.vtu.lt

Straipsnyje kritikuojamas 68-ame „Problemų“ numeryje skelbtas J. Čiurlionio teiginys, kad matematiniai Zenono Elėjiečio aporijos sprendimai „remiasi klaidinga implikacine prielaida“. Pirma, logikos dėsniai nedraudžia iš klaidingų teiginių pagrįstai išvesti teisingus teiginius, todėl prielaidos klaidingumas neužtikrina išvados klaidingumo. Antra, minimos implikacijos antecedento loginę reikšmę lemia empirinis faktas, todėl net jei implikacijos konsekventas būtinai klaidingas, implikacija yra loginiu požiūriu atsitiktinė. Trečia, implikacijos konsekventas gali būti interpretuojamas dvejopai. Viena interpretacija padaro jį nomologiškai būtinai klaidingą, bet nerelevantišką Zenono aporijai; kita interpretacija padaro teiginį relevantišką, bet nebūtinai klaidingą. Taigi nėra jokio pagrindo manyti, kad implikacinė prielaida, kuria, Čiulionio teigimu, remiasi matematiniai Zenono Elėjiečio aporijos sprendimai, yra klaidinga.

Pagrindiniai žodžiai: *Achilo ir vėžlio aporija, tapatumo sąlygos, aporijų sprendimai.*

„Problemų“ 68-ame numeryje skelbtame straipsnyje Jonas Čiurlionis pateikia savo požiūrį į Zenono Elėjiečio aporijas. Čiurlionis kritikuoja tai, ką jis vadina „grynai matematiniais“ aporijų sprendimais, ir nužymi savojo Achilo ir vėžlio aporijos sprendimo gaires[1].

Pasak Čiurlionio, „aporijos nebelieka pereinant nuo matematinio jos sprendimo prie fizikinio ir sujungiant erdvę ir laiką į erdvėlaikį“ (Čiurlionis 2005: 105). Šis teiginys grindžiamas įžvalga, kad „daugelis grynai matematinių šios aporijos sprendimo būdų, deja, remiasi klaidinga implikacine prielaida: kad Achilas

[1] Prieš originaliąją straipsnio dalį Čiurlionis pristato Peterio Lyndso istoriją bei jo pasiūlytą judėjimo neapibrėžtumo koncepciją, pagrįstą akimirkų (trukmės neturinčių laiko segmentų) pakeitimu mažiau apibrėžtais intervalais. Neginčijant galimybės, kad Lyndso pasiekimai gali būti vertingi teorinės fizikos srityje, būtina pažymėti, kad akimirkų pakeitimu intervalais grindžiamą Zenono aporijų sprendimą keturiasdešimčia metų anksčiau skelbė Gregory Vlastos (1966a, 1966b), o išsamią šios ir kitų klasikinių bei neklasikinių pastangų išspręsti judėjimo paradoksus analizę pateikia Constantinas Antonopoulos (2004).

pralenktų vėžlį, jam reikia pasiekti tą patį erdvės ir laiko tašką, kurį užima vėžlys ($p \to q$)“ (ten pat). Autorius dėsto:

> „Priimant reikšmes, kad p yra teisingas (Achilas nori pralenkti vėžlį), nereiškia, kad q yra teisingas (Achilas nebūtinai turi pasiekti tą patį tašką, kuriame yra vėžlys). ... (jei q – klaidingas, implikacija bus klaidinga) (ten pat).

Mes abejojame tokiu vertinimu ir teigiame, kad Čiurlionio identifikuojama „klaidingoji“ implikacija gali būti interpretuojama mažų mažiausiai dvejopai, tačiau nei viena, nei kita interpretacija nepagrindžia jo siekiamos išvados: vienos interpretacijos implikacija iš tiesų klaidinga, tačiau ji nerelevantiška ir nereikalinga nei Zenono aporijos, nei jos sprendimų formuluotėms; kitos interpretacijos implikacija būtina tiek aporijos formuluotei, tiek žinomiems matematiniams jos sprendimams, tačiau nėra pagrindo abejoti jos teisingumu. Vadinasi, galima arba sakyti, kad prielaida klaidinga, arba sakyti, kad ja (bet jau kitaip interpretuojama) remiasi aporijos matematinės formuluotės ir jų sprendimai.

Visų pirma verta prisiminti, kad elementarios formaliosios logikos taisyklės nedraudžia iš klaidingų teiginių pagrįstai išvesti teisingus teiginius. Todėl vienos kokio nors samprotavimo (pvz., matematizuoto aporijos sprendimo) prielaidos klaidingumas neužtikrina tokio samprotavimo išvados klaidingumo. Bet pažiūrėkime, ar mūsų tiriamoji prielaida iš tikrųjų klaidinga.

Nurodoma „klaidingoji“ prielaida privalo turėti aiškų sąlyginio teiginio pavidalą. Kitaip sakant, teiginiai, esantys implikacijos antecendente ir jos konsekvente, turi būti aiškiai apibrėžti. Čiurlionis leidžia suprasti, kad konsekventas yra teiginys:

(q) Achilas pasiekia tą patį erdvės ir laiko tašką, kuriame yra vėžlys.

Ieškodami antecedento, Čiurlionio tekste aptinkame mažiausiai du kandidatus (žr. pirmiau pateikiamas citatas):

(p‘) Achilas nori pralenkti vėžlį.

(p) Achilas pralenkia vėžlį.

Taigi galime sudaryti du sąlyginius teiginius: viena vertus, $p‘ \to q$ („Achilas *norės* pralenkti vėžlį tik jei jis pasieks tą patį erdvės ir laiko tašką, kuriame yra vėžlys“), ir kita vertus, $p \to q$ („Achilas *pralenks* vėžlį tik jei jis pasieks tą patį erdvės ir laiko tašką, kuriame yra vėžlys“).

Argumento dėlei galėtume sutikti, kad pirmoji implikacija nėra būtinai teisinga. Achilas gali norėti pralenkti vėžlį, ne tik negalėdamas pasiekti to paties erdvės ar laiko taško, bet ir suvokdamas, jog jo norai niekada neišsipildys. Achilo norų, nuo kurių ir priklauso šios implikacijos antecedento loginė reikšmė, tikrai nedera sieti su jo galimybėmis pasiekti vieną ar kitą tašką (nebent pripažintume, kad norai ir kitos propozicinės nuostatos yra erdvėlaikyje apibrėžiami fizikiniai įvykiai, tiesiogiai priklausomi nuo fizikinių modalumų). Tačiau nesunku pastebėti, kad tiek ši implikacija, tiek jos teisingumas ar klaidingumas yra visiškai nerelevantiški svarstant Zenono aporiją. Juk nei Zenonas, nei (anoniminiai) matematikai nekalba apie Achilo norus ar kitas jo psichikos būsenas. Mūsų manymu, pirmąjį teiginį Čiurlionis pateikia viso labo kaip netikslią antrojo teiginio parafrazę, todėl atidžiau patyrinėkime pastarąjį, nes būtent jis yra potencialiai dviprasmiškas, ir dviejų skirtingų jo interpretacijų painiojimas gali būti lemtingas.

Šį teiginį ($p \to q$) mes suprantame kaip teiginio „*Jei* Achilas nepasieks to paties erdvės ir laiko taško, kuriame yra vėžlys, *tai* jis nepralenks vėžlio“ kontrapoziciją, arba, paprastai tariant, kaip teigimą, kad Achilo ir vėžlio atsidūrimas tapačiame erdvėlaikio taške yra būtina Achilo pergalės sąlyga. Reikia pripažinti, kad

Čiurlionis puikiai pastebi, jog kiekviena implikacija, kurios antecedentas teisingas, o konsekventas klaidingas, turi loginę reikšmę „klaida". Tačiau ar yra pagrindo manyti, kad a) aptariamos implikacijos konsekventas q yra visais atvejais klaidingas ir kad b) ši implikacija būtina aporijai ir matematiniams jos sprendimams suformuluoti?

Čiurlionis tvirtina, kad q yra klaidingas, „nes fiziškai neįmanoma, kad du fiziniai kūnai dalytųsi ta pačia vieta erdvėje (nebent Achilas prarytų vėžlį arba, atvirkščiai)" (2005: 105). Skliaustuose šmaikščiai suformuluota išlyga tarsi verčia suabejoti, ar tikrai neįmanoma dviem kūnams dalintis vieta erdvėje, tačiau juokas lieka juoku, ir reikia pripažinti, kad, griežtai kalbant, netgi kūnai, esantys vienas kitame, nesidalija ta pačia vieta erdvėje.

Trumpam tarkime, kad teiginio q neigimo teisingumas yra nomologiškai būtinas mūsų fizikiniame pasaulyje. Tokiu atveju implikacijos $p \rightarrow q$ loginė reikšmė priklausys nuo p loginės reikšmės, o šis nėra nei konceptualinis, nei nomologinis, o paprasčiausias empirinis teiginys, kurio teisingumą ar klaidingumą lemia vienas konkretus faktas. Vadinasi, logiškai galimame pasaulyje, kurio fizikinė struktūra tokia kaip mūsų pasaulio ir kuriame Achilas pralenkia vėžlį, implikacija $p \rightarrow q$ bus klaidinga; o tokios pat fizikinės struktūros pasaulyje, kuriame Achilas nepralenkia vėžlio, implikacija $p \rightarrow q$ bus teisinga.

Mes sutinkame su Čiurlioniu, jog fiziškai neįmanoma, kad du kūnai būtų vienoje vietoje tuo pačiu metu. Tačiau ar ši fizikos dėsnių nulemta galimybė relevantiška svarstant Zenono aporijas? Juk ir pats Elėjietis tvirtino, kad Achilas negali pavyti vėžlio, nes negali pasiekti to taško, kuriame yra vėžlys (vadinasi, jis sutiktų, kad q klaidingas). Elėjiečio požiūriu, Achilas pasieks tašką, kuriame vėžlys yra dabar, bet tam jis sugaiš bent šiek tiek laiko, o per tą laiką vėžlys jau atsidurs kitame taške. Tokį Zenono samprotavimą mums perduoda Aristotelis:

> „Greičiausias bėgikas niekuomet neaplenks lėčiausio bėgiko, nes besivejantis turi pirmiausiai pasiekti tašką, kuriame vejamasis startavo, tad lėtesnis bėgikas visuomet pirmaus" (Aristotle 1984: 404).

Vadinasi, Čiulionis teisus? Jei tarsime, kad p teisingas, ir sutiksime, kad q negali būti teisingas, turėsime pripažinti implikaciją $p \rightarrow q$ esant klaidinga. Mes jau sutikome, kad fiziškai neįmanoma dviem skirtingiems kūnams turėti tapačias erdvėlaikio koordinates. Tačiau dviejų (ar daugiau) kūnų atsidūrimo viename erdvėlaikio taške fizikinių galimybių svarstymas sprendžiant šią Zenono aporiją neturi svarbos, nes lenktynių ir lenkimo sąvokoms nereikia, kad du lenktyniaujantys kūnai atsidurtų viename erdvėlaikio taške. Lenkimo sąvokai netgi nereikia, kad lenktyniaujančių kūnų trajektorijos kirstų tą patį erdvės tašką skirtingu metu. Maža to, mes tvirtiname, kad nei lenktynių sąvoka, nei ja pagrįsta Zenono aporija, nei mums žinomi matematiniai jos sprendimai (pvz., žr. McLaughlin 1994, Moore 1995, Dillingham 1995 ir Antonopoulos 2004) nesuponuoja, kad lenktynės vyktų griežtai toje pačioje erdvėje ar griežtai tuo pačiu metu. Achilas gali šiandien bėgti iš taško A į tašką B, o vėžlys rytoj ropoti iš taško Y į tašką Z. Viskas, ko reikia Zenono aporijos formuluotei, yra tai, kad atstumas nuo A iki B būtų didesnis nei atstumas nuo Y iki Z. Kur ir kada tai vyksta, nėra principinis klausimas. Juk jei laiko tarpas t_1, per kurį Achilas pasieks tašką A_1, nutolusį nuo taško B lygiai tiek, kiek taškas Y yra nutolęs nuo taško Z, truks ilgiau nei niekas (t. y. jei $t_1 > 0$), tai, praėjus intervalui t_1, vėžlys jau bus pasiekęs tašką Y_2. Jei bent kas nors yra fiziškai įmanoma ar neįmanoma, tai neįmanoma, kad vienas kūnas atsidurtų kitoje vietoje per laiko tarpą t_0, čia $t_0 = 0$: antraip reikėtų pripažinti, kad tas pats fizikinis kūnas gali būti dviejose vietose tuo pačiu metu. O tai reiškia, kad praėjus laiko intervalui t_1, vėžlys bus arčiau finišo nei Achilas. Jei vėžlys arčiau finišo nei Achilas, tai Achilui teks įveikti šiek tiek kelio, o tam jis sugaiš šiek tiek laiko – t_2 (čia vėl $t_2 > 0$), o per tą laiką t_2 vėžlys sugebės dar šiek tiek priartėti prie finišo. Ir taip be galo. Todėl, pasak Zenono, atstumas tarp Achilo ir taško B visada bus didesnis nei atstumas nuo vėžlio iki taško Z, taigi Achilas negali pavyti vėžlio ir būtent todėl, kad niekada nepasieks laiko ir erdvės taško, kuriame yra vėžlys.

Galbūt susidaro įspūdis, kad Zenono paradokso formuluotei reikia Čiurlionio aptiktos „klaidingos implikacinės prielaidos“ ir kad dabar jau mes prieštaraujame patys sau. Situacija yra tokia: turime tris teiginius – $\sim q$, p ir $p \rightarrow q$, kurių konjunkcija yra formaliu požiūriu prieštaringa, t. y. visi trys teiginiai negali būti kartu teisingi. Panašu, kad Čiurlionis linkęs manyti, jog Zenono paradoksas kyla iš šių trijų teiginių nesuderinamumo. Pripažinus, kad implikacija $p \rightarrow q$ yra klaidinga, nelieka prieštaravimo tarp teiginių $\sim q$ ir p, o jei nelieka prieštaravimo, tai ir paradoksas išspręstas. Tačiau kas yra lenktynės, ką reiškia ką nors pavyti, jei $p \rightarrow q$ klaidingas?

Manome, kad implikacija $p \rightarrow q$ yra konceptuali tiesa, t. y. ji teisinga bet kokių lenktynių atveju. Todėl teiginių $\sim q$, p ir $p \rightarrow q$ prieštaringumą sprendžiame atsisakydami teiginio $\sim q$. Teiginio q („Achilas pasiekia tą patį erdvės ir laiko tašką, kuriame yra vėžlys“) klaidingumo būtinybės įspūdis susidaro tik neatsižvelgiant į išraiškos „*tas pats* erdvės ir laiko taškas“ dviprasmiškumą. Teiginio q loginė reikšmė priklauso nuo to, kaip suprasime ir išskleisime erdvės ir laiko taško tapatumo sąlygas, o šios gali būti suprantamos dvejopai. Viena vertus, du (ar daugiau) erdvėlaikio taškus tariame esant tapačius vienas kitam, jei ir tik jei jie sutampa griežtu fizikiniu požiūriu, t. y. jei sutampa jų charakteristikos absoliučiai visų įmanomų atskaitos sistemų atžvilgiu. Šia erdvėlaikio taškų tapatumo sąlygų interpretacija remiasi Čiurlionis. Kita vertus, matematinės erdvėlaikio savybės leidžia suformuluoti laisvesnes dviejų erdvėlaikio taškų tapatumo sąlygas, kur du (ar daugiau) erdvėlaikio taškai laikytini tapačiais vienas kitam, jei sutampa kiekybinės tų taškų charakteristikos laisvai jiems parinktų atskaitos sistemų atžvilgiu. Taip suprantant erdvėlaikio taškų tapatumo sąlygas nereikia griežto fizikinio tų taškų tapatumo erdvėlaikyje.

Mūsų manymu, kalbant apie Elėjiečio aporiją, svarbu suprasti, kad erdvėlaikio taškų tapatumo sąlygos, kurių reikia aporijos formuluotei ir matematiniams jos sprendimams, yra ne *kokybinis* taškų tapatumas *absoliutaus* erdvėlaikio atžvilgiu, o viso labo *kiekybinis* erdvinių ir laikinių kiekvieno taško charakteristikų *laisvai parinktos* atskaitos sistemos (ar sistemų, jei atskaitos sistema parinkta kiekvienam taškui) atžvilgiu. Nesuvokiant šio svarbaus tapatumo sąlygų skirtingumo ir neatsižvelgiant į tai, kad Zenono aporijai (ir bet kokioms lenktynėms) reikia tik laisviau suvokiamų, nors iš anksto aiškiai ir tiksliai apibrėžtų tapatumo sąlygų, galima pasiekti neleistinų ir nemotyvuotų išvadų.

Atskyrę šias dvi taškų tapatumo sąlygų interpretacijas, dar kartą pažvelkime į Čiurlionio vadinamąją klaidingą implikacinę prielaidą. Šio sąlyginio teiginio loginė reikšmė priklauso nuo tapatumo sąlygų interpretavimo. Jei tapatumo sąlygas suprasime griežtai fizikiniu požiūriu, kaip tai daro Čiurlionis, turėsime pripažinti, kad implikacija klaidinga. Tačiau tokia implikacija nėra reikšminga Zenono aporijos išsklaidai, o kartu svarstyti jos matematinius sprendimus: Iš to, kad Achilo ir vėžlio lenktynių baigties paradoksalumas gaunamas net svarstant atvejus, kai Achilas ir vėžlys yra skirtingose vietose skirtingu laiku, išplaukia, kad Achilui nebūtina atsidurti griežtai tame pačiame erdvėlaikio taške kaip ir vėžlys.

Čiurlionis analizuoja neadekvačiai ir restriktyviai suformuluotą aporijos versiją ir jos sprendimus, todėl faktiškai nebesvarbu, ką jis rašo toliau. Jo pasiūlytas Achilo aporijos sprendimas, „kurį gautume atribojęę Achilo judėjimą nuo erdvinės priklausomybės vėžlio judėjimo trajektorijai" (2005: 106), yra neefektyvus ne tik dėl to, kad be reikalo primeta ir atmeta nereikalingą reikalavimą (Achilui ir vėžliui atsidurti viename taške). Net jei toks „atribojimas" būtų reikalingas ir įmanomas, jis neduotų daugiau nei Achilo ir vėžlio aporijos redukavimo į Dichotomijos aporiją. Tačiau suprasti, kad Achilo ir vėžlio situacijos paradoksalumą lemia tos pačios priežastys, kurios lemia ir Dichotomijos situacijos paradoksalumą, dar nereiškia pateikti ilgai lauktą aporijos sprendimą. Autorius pats pripažįsta, kad jo sprendimas nepaaiškina nei judėjimo reiškinio, nei tokio reiškinio galimybės. Nors galima sutikti, kad Čiurlionis idiosinkraziškai pademonstruoja skirtumą tarp paradoksų, formuluojamų remiantis vieno kūno judėjimu, ir paradokso, formuluojamo remiantis dviejų kūnų judėjimu ta pačia kryptimi.

Taigi Achilo ir vėžlio aporija kyla, nes Achilas negali atsidurti tame pačiame erdvės taške, kuriame yra vėžlys, *ne tik* ir *ne tiek* dėl to, kas fiziškai įmanoma ar neįmanoma, o visų pirma dėl *konceptualių* priežasčių, kurias Zenonas ir išryškina savo aporijomis. Jei Elėjiečio aporija būtų empirinė problema, ją būtų galima išspręsti paprasčiausiu stebėjimu (Achilą reikėtų pakeisti kitu atletu). Siekiant rasti tiek Dichotomijos, tiek Achilo ir vėžlio aporijų sprendimą, būtina pripažinti, kad šios aporijos turi būti svarstomos kaip konceptualinės, o ne kaip fakto problemos. Jos kyla begalybę ir baigtinybę laikant viena kitą paneigiančiomis sąvokomis, todėl turi būti (ir yra) sprendžiamos tiriant loginius ir matematinius šių dviejų sąvokų ryšius. Kaip pažymi W. V. Metcalfas, matematikui Zenono paradoksas yra „grynai matematinė problema, neapimanti jokių fizikinio matavimo klausimų, o tik loginius grynai matematinių dydžių santykius" (1942: 89). Vadinasi, mėginimai spręsti šį paradoksą įkeliant Achilą ir vėžlį į fizikinį erdvėlaikį ir ieškant atsakymo į trivialų empirinį klausimą kuris iš jų pirmas pasieks finišą, yra paprasčiausias nesusipratimas.

LITERATŪRA

Antonopoulos, C. 2004. „Moving without being where you‘re not: A non-bivalent way", in *Journal for General Philosophy of Science* 35: 235–259.

Aristotle 1984. *Physics,* in J. Barnes (ed.) The Complete Works of Aristotle: The Revised Oxford Translation, Vol. 1, New Jersey: Princeton University Press, p. 315–446.

Čiurlionis, J. 2006. „P. Lyndsas: judėjimo neapibrėžtumo problema", in *Problemos,* Nr. 68, p. 101–108.

Dillingham, S. G. 1995. „Closing In on Zeno", in *Scientific American* May 1995:8

McLaughlin, W. I. 1994. „Resolving Zeno‘s Paradoxes", in *Scientific American* November 1994: 84–89.

Metcalf, W. V. 1942. „Achilles and the Tortoise", in *Mind*, Vol. 51, No. 201, p. 89–90.

Moore, A. W. 1995. „A Brief History of Infinity", in *Scientific American* April 1995: 112–116

Vlastos, G. 1966. „Zeno's Race Course", in *Journal of the History of Philosophy* 4: 95–108

Vlastos, G. 1966. „A Note on Zeno's Arrow", in *Phronesis* 11: 3–18.

REGARDING THE "FALSE CONDITIONAL PREMISE"

Jonas Dagys and Mindaugas Briedis

Summary

We criticize the claim made by Čiurlionis, namely that mathematical solutions to Zeno's aporia are unsatisfactory, as they rely on "a false conditional premise". First, the rules of formal logic do not forbid deriving true statements from false statements, so even if mathematical solutions rely on a false premise this does not guarantee the falsity of their conclusion. Second, the truth value of the antecedent of the conditional depends on an empirical fact, so even granted that the consequent is false, the conditional statement should be viewed as contingent. Third, and most important, the statement in the consequent admits of two interpretations: a strict qualitative interpretation of identity of space-time points, which makes the statement nomologically necessarily false but irrelevant to the Zeno's aporia; and a looser mathematical quantitative interpretation of the identity of space-time points, which makes the statement relevant but not only contingently false. We conclude that there is no reason to accept the claim that this conditional statement is false and that Čiurlionis takes a wrong path in his attempt to resolve Zeno's aporias.

Keywords: Achilles and tortoise aporia, identity conditions, solutions of aporias.

Įteikta 2006 06 02