

Bajeso metodo taikymas nuotolinių kursų kokybei vertinti

Jonas Mockus¹, Irina Vinogradova^{1,2}

¹ *Vilniaus universitetas, Matematikos ir informatikos institutas*

Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius

^{2,3} *Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Fundamentinių mokslų fakultetas*

Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius

E. paštas: jonas.mockus@mii.vu.lt, vinogradova.irina@gmail.com

Santrauka. Daugelis taikomųjų uždavinių naudoja nepilnai apibrėžtus duomenis. Tai būdinga ekspertų vertinimams, kai neapibrėžtumo šaltinis yra jų subjektyvumas. Neapibrėžtumo įtaka gali būti įvertinta skirtingais būdais, taikant neraiškiųjų skaičių teorijos bei matematinės statistikos metodus. Straipsnyje siūlomas Bajeso metodo taikymas, kai ilgametei kurso vertinimo patirčiai ir ekspertų vertinimo paklaidai taikomi skirtingų skirstinių deriniai. Rezultatai iliustruojami vertinant nuotolinio kurso kokybę.

Raktiniai žodžiai: kokybės vertinimas, Bajeso metodas, neapibrėžtumas, subjektyvumas, ekspertinis vertinimas, nuotoliniai kursai.

Įvadas

Kokybės vertinimo problema yra aktuali įvairiose srityse. Priklausomai nuo srities, kokybės sąvoka gali būti suprantama skirtingai [10]. Kokybės standarto dokumente ISO 9000 kokybė apibrėžiama kaip turimųjų charakteristikų visumos atitiktis reikalavimams laipsnis [12, 4].

Kokybės laipsnį dažniausiai nustato kvalifikuoti vertinimo srities specialistai, t. y. ekspertai. Lotynų kalboje žodis „expertus“ reiškia *patyręs*. Taigi ekspertai – tai žmonės, turintys specialių konkrečios srities žinių ir įgūdžių [12, 3]. Ekspertai parenkami remiantis jų charakteristikomis, susijusiomis su profesine kompetencija: darbo patirtimi, stažu, moksliniu laipsniu ir moksline veikla, gebėjimu spręsti konkrečias atitinkamos srities problemas. Taikomi ir kiti ekspertų kompetencijos nustatymo ir atrankos būdai. Tačiau, net ir parinkus kvalifikuotus ekspertus, vertinimas gali būti klaidingas dėl žmogiškojo faktoriaus. Pavyzdžiui, vertinimo susiejimas su kitomis išvadomis, noras paveikti galutinį rezultatą, nenoras prieštarauti kitaip manantiems arba pernelyg didelis pasitikėjimas gali lemti netinkamą/netikslų įvertinimą. Duomenys, gauti eksperto vertinimo pagrindu, turi stochastinę prigimtį: keičiant ekspertų grupės sudėtį, mažinant ar didinant ekspertų skaičių, kartojant vertinimus, rezultatai bus nevienareikšmiai [11].

Galimas skirtingas požiūris į nuotolinių kursų kokybės vertinimą. Vienas iš autorės pasiūlytų požiūrių – stabiliausio daugiakriterio metodo taikymas [14]. Kitas požiūris paremtas Bajeso metodo taikymu. Nuomonės dėl Bajeso metodo taikymo ekspertiniam vertinimui skiriasi. B.G. Buchananas ir E.H. Shortliffe’as teigia, kad

metodo pritaikymas bet kokių atveju neleidžia gauti tikslių rezultatų, kadangi naudojamos tikimybės yra subjektyvios [1]. Tai pagrindinis argumentas prieš tikimybės metodo taikymą. Tokiais argumentais numatoma objektyvi tikimybės sąvokos interpretacija, t. y. manoma, kad „teisingos“ reikšmės vis tiek yra, bet mes jų negalime gauti, todėl negalime taikyti Bajeso metodo. Tačiau Bajeso metodo teorijoje subjektyvios tikimybės yra grindžiamos gerai žinoma tikslia ir aiškia aksiomų sistema, todėl matematiniu požiūriu abejonių nekelia.

Bajeso modeliai plačiai taikomi socialiniuose ekonominiuose modeliuose. Bajeso metodo pritaikymą nagrinėjo ir Lietuvos mokslininkai, pvz., J. Mockus [7, 6, 8, 9], A. Žilinskas [16, 9], V. Tiesis [9] ir kt. Bajeso metodas plačiai taikomas įvairiose mokslo srityse: medicinoje, kai pagal ligos požymius nustatoma diagnozė; informatikoje, kai kovojama su elektroninėmis šiuokšlėmis [2]; vaizdų analizėje [13]; duomenų tyryboje, jų klasifikacijoje [5] ir kt.

Šiame straipsnyje Bajeso metodas taikomas nuotolinių kursų kokybei vertinti. Siūlomas Bajeso požiūris naudoja visą sukauptą patirtį, tai yra visą istorinę informaciją apie kursų vertinimą sujungiant ją su konkreto eksperto patyrimu ir nuojauta. Nagrinėjami įvairūs skirstinio panaudojimo variantai apriorinei informacijai ir eksperto vertinimo paklaidai aprašyti.

1 Bajeso metodo taikymas

Straipsnyje siūloma naudoti Bajeso metodą nuotolinių kursų kokybės vertinimui. Tolydiniu atveju Bajeso formulė užrašoma taip:

$$f(\theta \vee X) = \frac{f(X \vee \theta) \cdot f(\theta)}{f(X)},$$

čia $f(\theta \vee X)$ – aposteriorinė parametru θ tikimybės tankio funkcija, naudojant empirinę informaciją apie atsitiktinius dydžius X . Parametras θ – tai tikroji kokybė, kitaip dar vadinama *gamtos būkle*.

Funkcija $f(X \vee \theta)$ Bajeso formulėje yra naujų vertinimų X sąlyginis tikimybės tankis, kai tikroji gamtos būklė yra θ . Ši funkcija apibrėžia eksperto paklaidą, kuri padaroma priimant vertinimą X , kai tikroji kokybė yra θ .

Aposteriorinė funkcija $f(\theta \vee X)$ atnaušina apriorinę informaciją apie θ pagal imties duomenis X . Apriorinė informacija įeina į aposteriorinę funkciją $f(\theta \vee X)$ per apriorinę funkciją $f(\theta)$, visa imties informacija įeina per funkciją $f(X \vee \theta)$ [15].

Funkcija $f(\theta)$ yra apriorinė kokybės θ subjektyvios tikimybės tankio funkcija. Tai pirminė informacija apie kokybę θ , arba paremta subjektyvia eksperto nuomone, arba gauta iš ankstesnių stebėjimų bei vertinimų. Kadangi apriorinis skirstinys yra tikslinamas pagal empirinę informaciją, tai nebūtina tiksliai nurodyti $f(\theta)$, kartais pakanka nustatyti tik apriorinio skirstinio rūšį, kuriai priklauso $f(\theta)$. Kalbant plačiau apie apriorinę informaciją, tai gali būti arba mokslškai pagrįsta informacija, arba grindžiama sukauptais objektyviais duomenimis arba savianalizės, tyrimu bei kito pobūdžio subjektyvia informacija. Apriorinės informacijos panaudojimas priklauso nuo analizės tikslo. Lyginant apriorinę ir aposteriorinę informaciją, nustatoma, kaip imties informacija pakeitė pirmines prielaidas.

Funkcija $f(X)$ – tai stebėjimų X tankio funkcija visoms galimoms θ parametro reikšmėms, įvertinant jų subjektyvias tikimybes:

$$f(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(X \vee \theta) f(\theta) d\theta.$$

Šiame darbe, apibrėžiant $f(\theta)$ ir $f(X \vee \theta)$, naudojami trikampio ir Gauso skirstiniai. Trikampio skirstinys naudojamas, kad būtų galima priartinti prie panašių darbų, naudojančių neraiškias aibes. Gauso – todėl, kad jis charakteringas atsitiktiniams dydžiams, sumuojantiems daugelį nepriklausomų faktorių. Eksperto paklaidos skirstinys priklauso nuo eksperto kvalifikacijos, tai yra vertinimo nuokrypio nuo realaus kurso įvertinimo.

Sunkumas tas, kad θ ir X straipsnyje nagrinėjami kaip tolydiniai atsitiktiniai dydžiai, o ekspertai kokybės vertinimui paprastai naudoja sveikuosius skaičius X , dažniausiai intervale [15, 6]. Tam, kad straipsnyje tolydinė aproksimacija būtų priimtina, reikia tinkamai parinkti θ ir X kitimo intervalus.

Trikampio tankio funkcija apriorinei informacijai apibrėžti.

Kai sukaupta informacija apie kursų kokybę yra žinoma, ją nesunku užrašyti trimis skaičiais: mažiausia, didžiausia ir tikėtiniausia reikšme μ . Kadangi apriorinė patirtis gali būti nepakankama, trikampio mažiausiai ir didžiausiai reikšmėms apibrėžti naudojamas įprastas vertinimo skalės intervalas $[a, b]$ yra lygus:

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{2(\theta-a)}{(\mu-a)(b-a)}, & \text{kai } a \leq \theta \leq \mu, \\ \frac{2(b-\theta)}{(b-\mu)(b-a)}, & \text{kai } \mu \leq \theta \leq b, \\ 0, & \text{kai } \theta \notin [a, b]. \end{cases}$$

Gauso tankio funkcija apriorinei informacijai apibrėžti.

Aprioriniai normaliojo skirstinio (Gauso) funkcijos μ vidurkis ir vidutinis kvadratinis nuokrypis σ gali būti nurodomi pagal institucijos sukaupią informaciją, t. y. universiteto kursų įverčių μ ir σ reikšmes:

$$f(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

Sąlyginė trikampio tankio funkcija eksperto paklaidai apibrėžti.

Ekspertų paklaidos funkcija užduodama trikampe tankio funkcija $f(X \vee \theta)$, kuri yra simetrinė gamtos būklės θ atžvilgiu. Paklaida $|X - \theta|$ nustatoma, kaip vertinimo nuokrypis nuo tikrojo kurso vertingumo θ . Patyrusio eksperto paklaida paprastai būna nedidesnė už $k = 1$.

$$f(X \vee \theta) = \begin{cases} \frac{X-\theta+k}{k^2}, & \text{kai } \theta - k \leq X \leq \theta, \\ \frac{-X+\theta+k}{k^2}, & \text{kai } \theta \leq X \leq \theta + k, \\ 0, & \text{kai } X \notin [\theta - k, \theta + k], \end{cases}$$

Sąlyginė Gauso tankio funkcija, naudojama eksperto paklaidai apibrėžti.

Funkcija aprašoma parametrais: X – eksperto nuomonė esant gamtos būklei θ . Patyrusio eksperto kurso vertinimo paklaidos vidutinis kvadratinis nuokrypis apytiksliai bus $k = 1$ ir paklaidos skirstinys bus:

$$f(X \vee \theta) = \frac{1}{k\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(X-\theta)^2}{2k^2}}.$$

2 Nuotolinių kursų kokybės vertinimas

Ekspertas vertina kurso kokybę X -pažymių. Eksperto paklaidos $f(X \vee \theta)$ skirstinys priklauso nuo eksperto kvalifikacijos.

Realų kurso įvertinimą apibendrina šio kurso aposteriorinis vidurkis, kuris skaičiuojamas taip:

$$f_{vid}(X) = \int_a^b \theta \cdot f(\theta \vee X) d\theta.$$

Straipsnyje palyginami trys nuotolinių kursų kokybės vertinimo atvejai.

1 modelis: trikampio skirstinio apriorinė informacija su trikampiu ekspertinio vertinimo skirstiniu.

2 modelis: Gauso apriorinė informacija su trikampiu paklaidos skirstiniu.

3 modelis: Gauso apriorinė informacija su Gauso paklaidos skirstiniu.

Tyrime buvo atlikta bandymų, keičiant universiteto sukauptos patirties įvertinimą bei eksperto kvalifikaciją ir stebima, kaip keičiasi aposteriorinės vidurkio funkcijos trimis išvardintais atvejais.

Iš gautų tyrimo rezultatų visais siūlomais atvejais funkcijų vidurkio $f(X)_{vid}$ reikšmės logiškai keičiasi atsižvelgiant į apriorinę patirtį: didėja, kai $X < \mu$, ir mažėja, kai $X > \mu$. Aukštos kvalifikacijos eksperto (t. y. $k = 0,8$) nuomone pasitikima, todėl jo pažymio koregavimas nedidelis. Didėjant paklaidai k (t. y. $k = 1, k = 1,2$), didėja ir įvertinimo koregavimo paklaida. Kai apriorinei informacijai aprašyti naudojamas Gauso skirstinys, didinant pažymių išsibarstymą rezultatai yra mažiau koreguojami, mažiau skiriasi nuo tikro eksperto vertinimo.

1 atveju, esant aukštai apriorinei universiteto vertinimo reikšmei bei normalios kvalifikacijos ekspertui ($k = 1$), vidurkio funkcijos reikšmės didėja, išskyrus funkcijos galuose. Kai apriorinio skirstinio vidutinė reikšmė yra aukšta (žema), šito varianto nerekomenduojama naudoti dėl netikslumų vidurkio funkcijos galuose.

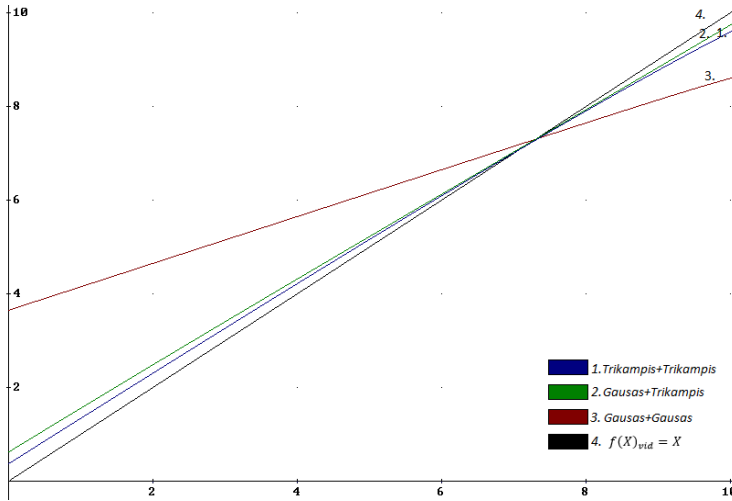
2 atveju, esant aukštai apriorinei universiteto reikšmei, funkcijos grafikas pradžioje nėra tolygus. Didėjant Gauso apriorinės funkcijos vidurkiui, vidurkio funkcijos netolygus intervalo dydis didėja. Esant žemai universiteto reikšmei, funkcijos grafikas nėra tolygus funkcijos gale.

3 atveju, nepaisant to, kad apriorinis vidutinis įvertinimas yra aukštas (arba žemas), gauname logiškus rezultatus visame intervale. Pirmuoju ir antruoju atvejais intervalo galuose pastebimi nelogiški nukrypimai dėl tolydinės sveikųjų skaičių aproksimacijos. Pirmuoju atveju buvo ir kitas netikslumų šaltinis, nes intervalo galuose paklaidos skirstinys išeina už trikampio apriorinio skirstinio ribų.

Trims aprašytiems atvejams palyginti buvo atlikti skaičiavimai, pasirinkus vienus parametrus $\mu = 7,3$, $\sigma = 1$, $k = 1$. Rezultatai pateikti grafiškai (1 pav.), lyginant su tiesine $f_{vid}(X) = X$ funkcija. Nukrypimai nuo šios tiesės iliustruoja apriorinės informacijos įtaką priimant sprendimus.

Vidutiniai kurso vertinimo rezultatai konkreitiems ekspertui X vertinimams pateikti 1 lentelėje.

Nagrinęjant tris variantus, kai apriorinės informacijos vidutinė reikšmė yra 7,3, eksperto paklaida $k = 1$, didžiausia koregavimo paklaida yra trečiajame variante. Mažiausia paklaida pirmajame.



1 pav. Kurso vidutinio įvertinimo skaičiavimo rezultatai.

1 lentelė. Kurso vidutinio įvertinimo skaičiavimo rezultatai konkrečioms X reikšmėms.

Funkcijos/eksp. vertin.	$X = 1$	$X = 2$	$X = 4$	$X = 6$	$X = 7,3$	$X = 8$	$X = 10$
1 atvejis: TR + TR	1,34	2,30	4,22	6,09	7,28	7,91	9,59
2 atvejis: Gausas + TR	1,65	2,60	4,44	6,19	7,3	7,89	9,63
3 atvejis: Gausas + Gausas	4,15	4,65	5,65	6,65	7,3	7,65	8,6

3 Išvados

Pasiūlytas straipsnyje Bajeso metodas neapibrėžtumo vertinimui parodė savo galimybes nuotolinių kursų kokybės vertinimui. Pastebėta, kad dviejų trikampių panaudojimas rodo nevisai logiškus rezultatus intervalo galuose.

Kai apriorinės Gauso funkcijos vidutinė reikšmė yra labai didelė (arba labai maža), o eksperto paklaida aprašyta siauru trikampiu, funkcijos pradžioje (atitinkamai galuose) gali taip pat atsirasti nelogiškų rezultatų, susijusių su tolydine sveikųjų atsitiktinių skaičių aproksimacija.

Trečiasis atvejis, kai abi funkcijos užduotos Gauso skirstiniu, yra stabiliausias. Kaip ir tikėtasi, tinkamiausią rezultatą parodė Gauso skirstinio taikymas.

Literatūra

- [1] B.G. Buchanan and E.H. Shortliffe. *Rule Based Expert Systems: The Mycin Experiments of the Stanford Heuristic Programming Project*. The Addison-Wesley Ser. Art. Int. Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston, MA, USA, 1984.
- [2] P. Graham. *A Plan for Spam*, 2000. Available from Internet: <http://www.paulgraham.com/spam.html>. 2014.03.28.
- [3] IPCC. *Good Practice Guidance and Uncertainty Management in National Greenhouse Gas Inventories. Quantifying Uncertainties in Practice*, 2000. Available from Internet: http://www.ipcc-nggip.iges.or.jp/public/gp/english/gpgaum_en.html. 2014.03.20.

- [4] ISO 9000 – Quality management. Available from Internet: http://www.iso.org/iso/home/standards/management-standards/iso_9000.htm. 2014.03.25.
- [5] G. Jakimauskas. *Duomenų tyrybos empirinių Bajeso metodų. Tyrimas ir taikymas*. Daktaro disertacija, 2014.
- [6] J. Mockus. *Bayesian Approach to Global Optimization. Theory and Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1989.
- [7] J. Mockus. Application of Bayesian approach to numerical methods of global and stochastic optimization. *J. Glob. Optim.*, **4**:347–365, 1994.
- [8] J. Mockus. Bayesian heuristic approach to global optimization and examples. *J. Glob. Optim.*, **22**:191–203, 2002.
- [9] J. Mockus, V. Tieshis and A. Žilinskas. The application of bayesian methods for seeking the extremum. In L.C.W. Dixon and G.P. Szego(Eds.), *Towards Global Optimization*, **2**, pp. 117–130. North-Holland, 1978.
- [10] J.M. Pawlowski. *Globalaus mokymosi kokybė. Aukšto mokslo kokybė*. Vytauto Didžiojo universitetas, 2008.
- [11] V. Podvezko. Neapibrėžtumo įtaka daugiakriteriniams vertinimams. *Veršlas: Teorija ir Praktika*, **7**(2):81–88, 2006.
- [12] D. Serafinas. *Kokybės vadybos teorijos praktinis taikymas. Mokomoji knyga*. Adresas internete: <http://www.kv.ef.vu.lt/wp-content/uploads/2010/10/MOKOMOJI-KNYGA-Kokybes-vadybos-teorijos-praktinis-taikymas.pdf>. 2014.04.28.
- [13] L. Stabingienė. *Vaidų analizė naudojant Bajeso diskriminantines funkcijas*. Daktaro disertacija, 2012.
- [14] I. Vinogradova. Kursų vertinimo optimizavimas taikant daugiakriterius MCDM metodus. XIX tarpuniversitetinė magistrantų ir doktorantų konferencija „Informacinė visuomenė ir universitetinės studijos“ (IVUS 2014), 2014. pp. 234–238.
- [15] A. Zellner. *An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics*. John Wiley and Sons, New York, 1971.
- [16] A. Zhigljavsky and A. Žilinskas. *Stochastic Global Optimization*. Springer, 2008.

SUMMARY

Bayesian approach to evaluation of distance courses

J. Mockus, I. Vinogradova

Many real applications are using uncertain data This include expert decisions based on their subjective opinions, The uncertainty can be evaluated applying fuzzy sets theory or the methods of mathematical statistics. In this paper it is proposed to use the Bayesian approach by different distribution functions defining the expert opinion and some prior information. The results are illustrated evaluating the quality of distant education courses.

Keywords: Quality evaluation, Bayesian approach, uncertainty, subjective, expert evaluation, distance education.