

GPS VIRTUALIOSIOS REFERENCINĖS STOTIES REGRESINIS MODELIS

Jonas Skeivalas

Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva,
el. paštas: Jonas.Skeivalas@ap.vtu.lt

Įteikta 2006 05 03, priimta 2006 09 21

Santrauka. Straipsnyje pateikiamas GPS metodu nustatytų koordinacių, nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisų skaičiavimo, taikant regresinį modelį, principas. Regresinių lygčių parametų reikšmės apskaičiuojamos pagal tiksliai žinomas referencinių stočių koordinatas bei išmatuotų atitinkamų dydžių reikšmes, taikant mažiausiųjų kvadratų metodą. Prognozinio pataisų nustatymo modelio tikslumas įvertinamas kovariacijų matricomis.

Prasminiai žodžiai: GPS referencinės stotys, regresinis pataisų prognozavimo modelis.

1. Įvadas

Pastarąjį dešimtmetį plačiai pradėtas taikyti diferencinis koordinacių nustatymo metodas (DGPS).

GPS referencinės stotys transliuoja GPS signalų vartotojams koordinacių pataisas arba nešlio fazių skirtumų ir pseudoatstumų pataisas. Šios pataisos gali būti taikomos realiojo laiko masteliu arba skaičiuotojams tinkamu laiku (*post-processing* režimu). Tam tikro skaičiaus GPS referencinių stočių matavimų duomenys apibendrinami ir sisteminami virtualiosiose referencinėse stotyse, taikant atitinkamą modelį [1–9]. Taip patikimiau ir tiksliau nustatoma GPS signalų vartotojų padėtis, priimant jau apdorotus ir iš virtualiųjų stočių tam tikro modelio pavidalu transliuojamus signalus.

Straipsnyje siūlomas regresinis virtualiųjų GPS stočių vartotojo imtuvo pataisų prognozavimo modelis. Prognozavimo modelio parametų reikšmės nustatomos mažiausiųjų kvadratų metodu. Tam taikomos GPS referencinių stočių koordinacių pataisos ir nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisos. Analizuojamas pataisų modelių tikslumas.

2. Teorinės prielaidos. Koordinacių, nešlio fazių bei pseudoatstumų pataisų variantas

GPS referencinių stočių transliuojamas koordinacių, pseudoatstumų ir nešlio fazių pataisas fiksuotu laiko momentu nedideliu atstumu (maždaug iki 10 km) tarp GPS referencinės stoties ir naudotojo imtuvo galima laikyti pastoviomis. Tai apibrėžia troposferos ir jonosferos būklė [1, 10]. Todėl, referencines stotis išdėsčius didesniu atstumu, tenka sukurti GPS virtualiąsias stotis, kurios transliuoja iš referencinių stočių duomenų sudarytus pataisų modelius. Šie modeliai transliuojami nedelsiant (realioju laiku), bet gali būti naudojami ir *post-processing* režimu, t. y. vartotojui patogiu laiku. Vartotojo padėties koordinacių pataisos

arba pseudoatstumų bei nešlio fazių pataisos priklauso nuo atstumo tarp vartotojo ir virtualiosios stoties bei krypties į šią stotį [1, 2].

Kadangi GPS referencinės stotys įrengiamos taškuose, kurių koordinatės tiksliai žinomos (su keletu milimetrų ar centimetrų klaidomis), tai kiekviena GPS referencinė stotis pagal priimtus DŽP (dirbtinių Žemės palydovų) kodinius ir nešlio signalus nustatydamą savo koordinatas gali apskaičiuoti išmatuotų koordinacių, pseudoatstumų bei nešlio fazių skirtumų pataisas. Taigi galime parašyti:

$$\delta T_i = \tilde{T}_i - T_i, \quad (1)$$

$$\delta \Phi_i^k(t) = \tilde{\Phi}_i^k(t) - \Phi_i^k(t), \quad (2)$$

$$\delta R_i^k(t) = \tilde{R}_i^k(t) - R_i^k(t), \quad (3)$$

čia $\delta T_i \rightarrow (\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i)^T$ – *i*-tosios referencinės stoties koordinacių pataisų vektorius; $T_i \rightarrow (X_i, Y_i, Z_i)^T$ – išmatuotų apytikrių koordinacių vektorius; $\tilde{T}_i \rightarrow (\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i)^T$ – tikslų koordinacių vektorius; $\delta \Phi_i^k(t)$ – *i*-tosios referencinės stoties nešlio fazių pataisa ciklais laiko momentu *t*, kai priiminėjami *k*-tojo palydovo signalai; $\delta R_i^k(t)$ – *i*-tosios referencinės stoties pseudoatstumų pataisa laiko momentu *t*, kai priiminėjami *k*-tojo palydovo signalai; $\Phi_i^k(t)$, $\tilde{\Phi}_i^k(t)$, $R_i^k(t)$, $\tilde{R}_i^k(t)$ – atitinkamų dydžių išmatavus gautos ir tiksliosios reikšmės.

GPS vartotojas tiksliai savo *A* taško koordinatas apskaičiuoja pagal išmatuotus atitinkamus dydžius, t. y. koordinatas, nešlio fazių skirtumus arba pseudoatstumus bei pridėdamas GPS referencinių stočių transliuojamas šių dydžių pataisas. Skaičiavimams galima panaudoti bet kurios pavienės referencinės stoties duomenis. Tačiau

taško A koordinatės tiksliau nustatomos naudojant visų GPS referencinių stočių matavimo duomenis. Šiam tikslui sukuriama GPS virtualioji referencinė stotis.

Nešlio fazių skirtumų pataisos $\delta\Phi_i^k(t)$ bei pseudoatstumų pataisos $\delta R_i^k(t)$ nustatomos referencinėse stotyse kaip GPS imtuvais išmatuotų nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų nuokrypiai nuo tikrųjų jų reikšmių. Tikrosiomis nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų reikšmėmis laikomos reikšmės, apskaičiuotos pagal žinomas tikslias referencinių stočių koordinatas.

3. GPS virtualiosios referencinės stoties modelio parametrų reikšmių nustatymas

Regresinio modelio parametrų reikšmėms skaičiuoti taikysime tiesinį modelį, užrašomą parametrinių lygčių sistema:

$$\delta\tilde{F} = A\tau, \quad (4)$$

čia $\delta\tilde{F} \rightarrow \delta\tilde{T}$, $\delta\tilde{\Phi}(t)$, $\delta\tilde{R}(t)$ – referencinių stočių išlygintųjų koordinatų pataisų arba nešlio fazių skirtumų pataisų ar pseudoatstumų pataisų vektoriai; A – parametrinių lygčių koeficientų matrica; $\tau = (t_1, t_2, \dots, t_k)^T$ – determinuotųjų parametrų išlygintųjų reikšmių vektorius.

Parametrinių lygčių sistemos, siekiant įvertinti koordinatų, nešlio fazių skirtumų ir pseudoatstumų pataisas, rašomas atskirai. Tam naudojami visų tam tikros teritorijos referencinių stočių atitinkamų epochų matavimų duomenys.

Parametrinių lygčių sistema (4) paverčiama pataisų lygčių sistema:

$$V = A\tau - \delta F, \quad (5)$$

čia $V = \delta\tilde{F} - \delta F$; $\delta F \rightarrow \delta T$, $\delta\Phi(t)$, $\delta R(t)$ – referencinėse stotyse nustatytų atitinkamų dydžių pataisų vektoriai.

Parametrinių lygčių koeficientų matricai A sudaryti taikomos redukuotos apytikrės referencinių stočių koordinatės. Naudojamas tam tikros teritorijos referencinių stočių tinklas. Taikant koordinatų pataisų, nešlio fazių skirtumų pataisų ar pseudoatstumų pataisų modelius matricos A išraiškos yra šiek tiek skirtingos.

Pataisų lygčių sistema (5) sprendžiama mažiausiųjų kvadratų metodu, ir gaunamas išlygintųjų parametrų reikšmių vektorius:

$$\tau = N^{-1}A^T P \delta F, \quad (6)$$

čia $N = A^T P A$ – normalinių lygčių koeficientų matrica, P – atitinkamų dydžių pataisų svorių matrica.

Apskaičiuotų parametrų reikšmių vektoriaus τ tikslumas įvertinamas jų kovariacijų matrica:

$$K_\tau = \sigma_0^2 N^{-1}, \quad (7)$$

čia σ_0 – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis.

Standartinio nuokrypio įvertis m_0 nustatomas iš formulės

$$\sigma_0^2 \approx m_0^2 = \frac{1}{n-k} V^T P V, \quad (8)$$

čia n – pataisų lygčių skaičius, k – parametrų skaičius.

GPS virtualiosios referencinės stoties regresinio modelio parametrų reikšmių vektorius τ taikomas nustatant naudotojų GPS imtuvais tikslias taškų koordinatas. Skaičiavimų formulė:

$$\delta F_S = A_S \tau, \quad (9)$$

čia δF_S – s -tojo taško koordinatų pataisų, nešlio fazių skirtumų pataisų ar pseudoatstumų pataisų vektorius; A_S – koeficientų matrica, formuojama pagal vartotojų imtuvais nustatytas redukuotas apytikrės taškų koordinatas (X'_S, Y'_S, Z'_S) .

Vektoriaus δF_S kovariacijų matrica yra lygi

$$K_{\delta F_S} = A_S K_\tau A_S^T = \sigma_0^2 A_S N^{-1} A_S^T. \quad (10)$$

4. GPS virtualiosios referencinės stoties modelis taikant koordinatų korektūrą

Šiam modeliui sudaryti taikomos žinomos tiksliosios referencinių stočių koordinatės bei jų apytikslės koordinatės, nustatytos atitinkamą epochą. Rašoma bendroji referencinių stočių parametrinių pataisų lygčių sistema (5)

$$V = A\tau - \delta T, \quad (11)$$

čia $V = \delta\tilde{T} - \delta T$ – pataisų vektorius, $\delta T = (\delta T_1, \dots, \delta T_n)^T$ – n -tosiose referencinėse stotyse nustatytų koordinatų pataisų vektorius, $\delta T_i = \tilde{T}_i - T_i = (\tilde{X}_i - X_i, \tilde{Y}_i - Y_i, \tilde{Z}_i - Z_i)^T$. Parametrų vektorius τ įvertinsime dviem variantais, kai:

1. $\tau = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6)^T$, $k = 6$ – parametrų skaičius,

2. $\tau = (t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9)^T$, $k = 9$.

Pataisų lygčių koeficientų matrica A turi blokinių pavidalą:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{pmatrix},$$

čia n – referencinių stočių skaičius.

Pavienės i -tosios referencinės stoties blokinių dalis A_i yra lygi

$$A_i = \begin{pmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{pmatrix}.$$

Pagal pirmąją variantą blokinę dalį A_i užrašome regresiniu pavidalu:

$$A_i = \begin{pmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'_i & Y'_i & Z'_i & X_i'^2 & 0 & 0 \\ X'_i & Y'_i & Z'_i & 0 & Y_i'^2 & 0 \\ X'_i & Y'_i & Z'_i & 0 & 0 & Z_i'^2 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Pagal antrąją variantą blokinė dalis A_i yra:

$$A_i = \begin{pmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X'_i & Y'_i & Z'_i & X_i'^2 & 0 & 0 \\ X'_i & Y'_i & Z'_i & 0 & Y_i'^2 & 0 \\ X'_i & Y'_i & Z'_i & 0 & 0 & Z_i'^2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (X'_i Y'_i) & 0 & 0 \\ 0 & (X'_i Y'_i) & 0 \\ 0 & 0 & (X'_i Y'_i) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Redukuotosios referencinių stočių koordinatės gaunamos iš lygybių:

$$\begin{aligned} X'_i &= X_i - X_0, \\ Y'_i &= Y_i - Y_0, \\ Z'_i &= Z_i - Z_0, \end{aligned}$$

čia X_0, Y_0, Z_0 – referencinių stočių tinklo mažiausiosios apvalintosios koordinatės reikšmės.

Abiejų variantų atvejais pataisų lygčių sistemos (11) sprendžiamos mažiausiųjų kvadratų metodu, ir gaunamas parametru reikšmių vektorius:

$$\boldsymbol{\tau} = N^{-1} A^T P \delta T, \quad (14)$$

čia $N = A^T P A$. Kiekvienam variantui taikoma sava matrica A .

Apskaičiuotų parametru reikšmių vektorius $\boldsymbol{\tau}$ tikslumas (kiekvieno varianto) įvertinamas jų kovariacijų matricomis pagal formulę:

$$K_{\boldsymbol{\tau}} = \sigma_0 N^{-1}.$$

GPS imtuvo naudotojas, nustatydamas savo vietovės taškų koordinatės, gali taikyti virtualiosios referencinės stoties regresinio modelio parametru reikšmių vektorių $\boldsymbol{\tau}$ ir apskaičiuoti apytikrių koordinatės pataisų vektorių –

$$\delta T_S = A_S \boldsymbol{\tau}, \quad (15)$$

čia A_S – koeficientų matrica, sudaroma pagal vartotojų imtuvais nustatytas apytikres taškų koordinatės (X'_S, Y'_S, Z'_S) , taikant vieną iš minėtųjų dviejų variantų.

Tokie skaičiavimai galimi GPS virtualiojoje stotyje arba GPS vartotojo imtuve, taikant telemetrinio ryšio priedėlį. Pirmuoju atveju virtualioji stotis transliuoja koordinatės pataisas, o antruoju – parametru reikšmių vektorių $\boldsymbol{\tau}$.

Tikslių s -tojo taško koordinatės vektorius bus lygus

$$\tilde{T}_S = T_S + \delta T_S = \begin{pmatrix} \tilde{X}_S \\ \tilde{Y}_S \\ \tilde{Z}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta X_S \\ \delta Y_S \\ \delta Z_S \end{pmatrix}.$$

5. GPS virtualiosios referencinės stoties modelis taikant nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisas

Parametrinių pataisų lygčių sistemos, taikant fazių skirtumus ir pseudoatstumus, rašomos:

$$V_{\varphi} = A \boldsymbol{\tau}_{\varphi} - \delta \Phi, \quad (16)$$

$$V_R = A \boldsymbol{\tau}_R - \delta R, \quad (17)$$

čia $\delta \Phi, \delta R$ – nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisų vektoriai.

Pataisų lygčių koeficientų matrica A turi blokinį pavidalą $A = (A_1 A_2 \dots A_n)^T$. Blokinė dalis A_i priklauso i -tajai referencinei stotčiai, tad ir sudaroma dviem variantais:

1. $A_i = (X'_i Y'_i Z'_i X_i'^2 Y_i'^2 Z_i'^2)$,
2. $A_i = (X'_i Y'_i Z'_i X_i'^2 Y_i'^2 Z_i'^2 (X'_i Y'_i) (X'_i Z'_i) (Y'_i Z'_i))$.

Blokinės dalys A_i yra vienodos taikant nešlio fazių skirtumų ar pseudoatstumų pataisų nustatymo formules.

Apytikrės redukuotosios koordinatės $(X'_i Y'_i Z'_i)$ skaičiuojamos pagal anksčiau aprašytas formules.

Parametru reikšmių vektoriai $\boldsymbol{\tau}_{\varphi}$ ir $\boldsymbol{\tau}_R$ skaičiuojami mažiausiųjų kvadratų metodu kiekvienam variantui:

$$\boldsymbol{\tau}_{\varphi} = N_{\varphi}^{-1} A^T P_{\varphi} \delta \Phi, \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\tau}_R = N_R^{-1} A^T P_R \delta R, \quad (19)$$

čia $N_{\varphi} = A^T P_{\varphi} A$; $N_R = A^T P_R A$; P_{φ}, P_R – atitinkamai nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisų svorių matricos.

Parametru reikšmių vektorių $\boldsymbol{\tau}_{\varphi}$ ir $\boldsymbol{\tau}_R$ tikslumas pagal kiekvieną variantą įvertinamas jų kovariacijų matricomis:

$$\mathbf{K}_{\tau_\phi} = \sigma_0^2 \mathbf{N}_\phi^{-1},$$

$$\mathbf{K}_{\tau_R} = \sigma_0^2 \mathbf{N}_R^{-1}.$$

Pagal kovariacijų matricių \mathbf{K}_{τ_ϕ} ir \mathbf{K}_{τ_R} įverčius kiekvieno varianto atveju galima daryti išvadas apie gautų parametrų reikšmių tikslumą.

6. Išvados

1. Siūloma virtualiosios referencinės stoties regresinių lygčių parametrų reikšmes nustatyti tais atvejais, kai skaičiavimuose taikomi koordinacių, nešlio fazių skirtumų ir pseudoatstumų pataisų modeliai.

2. Regresinių lygčių parametrų vektorių reikšmės, nustatytos taikant koordinacių pataisų modelį, yra tikslesnės nei taikant nešlio fazių skirtumų bei pseudoatstumų pataisų modelius. Taip atsitinka todėl, kad regresinių lygčių skaičius yra tris kartus didesnis, taikant koordinacių pataisų modelį

Literatūra

- Lambert Wanninger. Virtuelle GPS-Referenzstationen für grossräumige kinematische Anwendungen. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, No 3. Stuttgart: Verlag K. Witwer, 2003, S. 196–202.
- Hankemeier, P. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. Multifunktionale GNSS-Referenzstationsysteme für Europa. Workshop von 4–5 März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, 2002, S. 16–23.
- Teunissen, P. J. G. The parameter distributions of the integer GPS model. *Journal of Geodesy*, No 1 (76), 2002, p. 41–48.
- Skeivalas, J. Accuracy determination of the coordinates augmentations of GPS vectors by measuring double phase shifts of the carrier. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, Vol XXIX, No 4, 2003, p. 115–118 (in Lithuanian).
- Bauer, M. *Vermessung und Ortung mit Satelliten*. Heidelberg: Wichmann, 1994. 274 S.
- Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. and Collins, J. *Global Positioning System*. Wien, New York: Springer-Verlag, 1992. 326 p.
- Leick, A. *GPS Satellite Surveying*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons, 1995. 352 p.
- Koch, K. R. *Einführung in die Bayes-Statistik*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2000. 225 S.
- Markuze, J. I. Algorithms for geodetic networks adjustment using computers (Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ). Moscow: Nedra, 1989. 248 p. (in Russian).
- Gao, Y.; and Liu, Z. Z. Precise Ionosphere Modeling Using Regional GPS Network Data. *Journal of Global Positioning Systems*, Vol 1, No 1, 2002, p. 18–24.

Jonas SKEIVALAS. Prof, Doctor Habil.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lithuania (Ph +370 5 274 4703, Fax +370 5 274 4705), e-mail: jonas.skeivalas@ap.vtu.lt.

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.