

UDK 528.14

## KOORDINAČIŲ KOREKTŪROS METODAS SUKURIANT GPS VIRTUALIAŠIAS REFERENCINES STOTIS

Jonas Skeivalas<sup>1</sup>, Silvija Gečytė<sup>2</sup>

Geodezijos ir kadastro katedra, Vilniaus Gedimino technikos universitetas,  
Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lietuva,  
el. paštas: <sup>1</sup>Jonas.Skeivalas@ap.vtu.lt, <sup>2</sup>Silvija.Gecyte@ap.vtu.lt

[teikta 2005 10 20, priimta 2005 12 14

**Santrauka.** Straipsnyje analizuojamas GPS referencinių stočių koordinatų korektūros modelio sudarymas. Modelis formuojamas virtualiosios referencinės stoties (VRS) pavidalu, kai stoties tikslios koordinatės nustatomos kaip GPS referencinių stočių tikslų koordinatų aritmetinis vidurkis. VRS stoties virtualiai išmatuotų koordinatų pataisos gaunamos kaip GPS referencinių stočių išmatuotų koordinatų pataisų aritmetiniai arba svoriniai vidurkiai. GPS imtuvo vartotojas išmatuotas taškų koordinatas koreguoja pataisomis, apskaičiuotomis pagal VRS transliuojamas koordinatų pataisas.

**Prasminiai žodžiai:** GPS, virtualioji referencinė stotis (VRS), koordinatų pataisos.

### 1. Įvadas

Šis metodas pagrįstas tuo, kad GPS referencinės (bazinės, atraminės) stotys įrengiamos Žemės paviršiaus taškuose, kurių koordinatės tiksliai žinomos reikiamoje koordinatų sistemoje. Tam tikro skaičiaus GPS referencinių stočių matavimų duomenys virtualiųjų referencinių stočių yra apibendrinami ir sisteminami. Taip patikimiau ir tiksliau nustatoma GPS signalų naudotojo padėtis, priimant jau apdorotus ir modeliuotus signalus iš virtualiųjų stočių. GPS referencinės ir virtualiosios stotys telemetrinio ryšio kanalais transliuoja naudotojams koordinatų, pseudoatstumų, nešlio fazių pataisas tam tikrų modelių pavidalu. Šios pataisos naudotojų imtuvuose panaudojamos atitinkamiems matavimų rezultatams arba parametrų reikšmėms pataisyti [1–4].

Šiame straipsnyje analizuojama GPS virtualiosios referencinės stoties (VRS) transliuojamų koordinatų pataisų modelių sudarymo eiga ir jų tikslumas.

### 2. Virtualiųjų pataisų modelio sudarymas

GPS referencinių stočių transliuojamos koordinatų, pseudoatstumų ir nešlio fazių pataisos keičiasi mažai, nedaug kintant atstumui (maždaug iki 10 km) tarp GPS naudotojo imtuvo ir referencinės stoties. Tai lemia troposferos ir jonosferos būklė [5–7]. Todėl, referencines stotis išdėsčius didesniu atstumu, tenka sukurti GPS virtualiąsias stotis, kurios transliuoja iš referencinių stočių sudarytus pataisų modelius. Šie modeliai transliuojami nedelsiant („realioju laiku“), bet gali būti naudojami ir „Postprocessing“ režimu, t. y. vartotojui patogiu laiku. Vartotojo padėties koordinatų pataisos priklauso nuo atstumo tarp vartotojo ir virtualiosios stoties bei krypties į šią stotį [1–3].

Kadangi GPS referencinės stotys įrengiamos taškuose, kurių koordinatės tiksliai žinomos (keleto milimetrų ar centimetrų tikslumu), tai kiekviena GPS referencinė stotis pagal priimtus DŽP (dirbtinių Žemės palydovų) kodinius ir nešlio signalus nustatydamas savo koordinatas gali apskaičiuoti išmatuotų koordinatų pataisas:

$$\delta T_i = \tilde{T}_i - T_i, \quad (1)$$

čia  $\delta T_i \rightarrow (\delta X_i, \delta Y_i, \delta Z_i)^T$  –  $i$ -osios referencinės stoties koordinatų pataisų vektorius;  $T_i \rightarrow (X_i, Y_i, Z_i)^T$  – išmatuotų koordinatų vektorius;  $\tilde{T}_i \rightarrow (\tilde{X}_i, \tilde{Y}_i, \tilde{Z}_i)^T$  – tikslų koordinatų vektorius.

Virtualiosios referencinės stoties (VRS) koordinatas nustatysime kaip GPS referencinių stočių tikslų koordinatų aritmetinį vidurkį:

$$T_{VRS} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \tilde{T}_{i,ref.}, \quad (2)$$

čia  $T_{VRS} \rightarrow (X_{VRS}, Y_{VRS}, Z_{VRS})^T$  – VRS stoties tikslų koordinatų vektorius,  $r$  – GPS referencinių stočių skaičius.

VRS stoties transliuojamas koordinatų pataisas nustatysime pagal GPS referencinių stočių transliuojamas pataisas pagal du variantus:

- 1) aritmetinių vidurkių pavidalu,
  - 2) svorinių vidurkių pavidalu.
- Pagal pirmąjį variantą gauname

$$\delta T_{VRS} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \delta T_i, \quad (3)$$

o pagal antrąjį variantą –

$$\delta T'_{VRS} = \frac{1}{\sum_i^r p_i} \sum_{i=1}^n p_i \delta T_i, \quad (4)$$

čia  $p_i = p_{X_i} = p_{Y_i} = p_{Z_i}$  –  $i$ -osios referencinės stoties koordinatinių svoris. Referencinės stoties kiekvienos koordinatės svorius laikome vienodais ir skaičiuojame pagal formulę:

$$p_i = \frac{c}{S_{i,VRS}}, \quad (5)$$

čia  $c$  – laisvai parenkamas koeficientas.  $S_{i,VRS}$  – atstumas tarp  $i$ -osios referencinės ir VRS stoties.

Mažiausiųjų kvadratų metodu išlygintų dydžių  $\delta T_{VRS}$  standartiniai nuokrypiai yra mažesni už išmatuotų dydžių standartinius nuokrypius vidutiniu koeficientu  $\sqrt{k/n}$  [8, 9]. Aritmetiniai ir svoriniai vidurkiai atitinka mažiausiųjų kvadratų metodu apskaičiuotas reikšmes, kai išmatuotų dydžių reikšmės atitinkamai yra vienodo ir nevienodo tikslumo. Taigi galime parašyti VRS koordinatinių pataisų standartinių nuokrypių išraiškas:

$$\sigma(\delta T_{VRS}) = \sqrt{k/n} \sigma(\delta T_i)_{vid.}, \quad (6)$$

čia  $n = r$ ,  $k = 1$  – parametru skaičius (VRS skaičius).

Pagal pirmąjį variantą turime

$$\sigma(\delta T_{VRS}) = \sqrt{1/r} \sigma(\delta T_i), \quad (7)$$

o pagal antrąjį variantą galime parašyti

$$\sigma(\delta T'_{VRS}) = 1 / \sqrt{\sum_i^r p_i} \sigma_0, \quad (8)$$

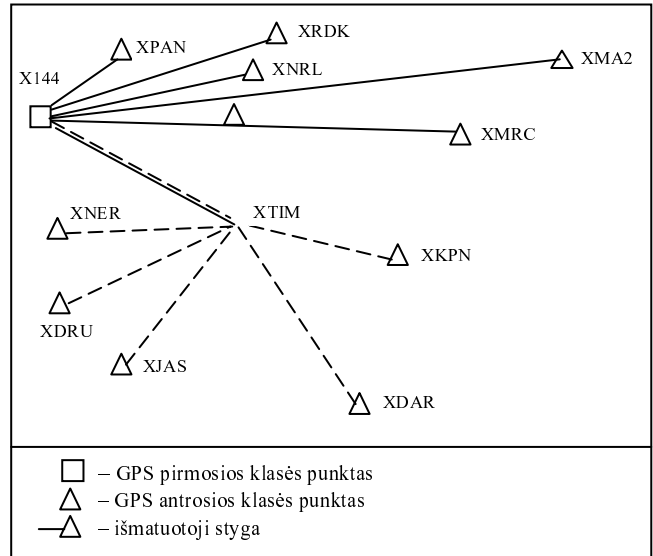
čia  $\sigma_0$  – matavimo rezultato, kurio svoris lygus vienetui, standartinis nuokrypis. Parametro  $\sigma_0$  įvertis  $m_0$  gali būti skaičiuojamas pagal formulę

$$m_0^2 = \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^n p_i V_{T_i}^2, \quad (9)$$

čia  $V_{T_i} = \delta T'_{VRS} - \delta T_i$  – pavienių GPS referencinių stoties koordinatinių pataisų nuokrypių nuo VRS koordinatinių pataisų vektorius.

### 3. Praktinio taikymo modelis

GPS referencinių stoties tinklo modeliui sudaryti buvo panaudota 12 Lietuvos GPS 2-osios klasės tinklo punktų ir parengti du tinklo modelio fragmentai (žr. pav.).



GPS referencinių stoties schema  
Diagram of the GPS reference stations

Skaičiavimuose panaudotos punktų geodezinės koordinatės  $B$  ir  $L$ , kurių tikslumas apibrėžiamas vidutinių kvadratinių nuokrypių reikšmėmis  $m_B \approx m_L \approx 5 \cdot 10^{-4}'' - 10^{-3}''$ . Geodezinių koordinatinių nuokrypių išraiškų linijiniai ilgio vienetais atitinkamo maždaug toks:  $0,001'' \rightarrow 0,02$  m.

Viename modelio fragmente kaip virtualioji stotis panaudotas maždaug šešių GPS punktų tinklo viduryje esantis punktą TIM. Antrame modelio fragmente kaip virtualioji stotis panaudotas šešių GPS punktų tinklo pakraštyje esantis punktą 144. Didžiausias atstumas tarp GPS referencinių stoties buvo apie 31 km, o mažiausias – 6 km. GPS referencinių punktų apytikrės geodezinės koordinatės  $B$ ,  $L$  nustatytos panaudojus dvigubuosius nešlio fazių skirtumus per 10 minučių matavimų trukmės intervalą. Kaip tikslios GPS referencinių stoties geodezinės koordinatės panaudotos GPS 2-osios klasės tinklo išlygintosios koordinatės; tinklui sudaryti matavimai buvo atliekami šešių valandų trukmės intervalais. Abiejuose referencinio tinklo modelio fragmentuose virtualiųjų stoties geodezinių koordinatinių pataisų buvo apskaičiuotos pagal du variantus: taikant aritmetinio vidurkio ir svorinio vidurkio principus. Skaičiavimų rezultatai pateikti 1 ir 2 lentelėse.

GPS referencinių stoties geodezinių koordinatinių (išmatuotų, taikant 10 min. intervalą) pataisų skaičiuotos kaip nuokrypiai nuo jų tikslų reikšmių:

$$\delta B_i = \tilde{B}_i - B_i,$$

$$\delta L_i = \tilde{L}_i - L_i,$$

čia  $\tilde{B}_i, \tilde{L}_i$  – tikslios koordinatinių reikšmės;  $B_i, L_i$  – išmatuotųjų koordinatinių reikšmės.

**1 lentelė.** GPS referencinių punktų apytikrių geodezinių koordinačių  $B, L$  pataisos  $\delta B, \delta L$  (1 fragmentas)

**Table 1.** Corrections of  $\delta B, \delta L$  of GPS reference points approximate geodetic coordinates  $B, L$  (1 fragment)

| GPS punktas   | Pataisos $\delta B''$<br>$\delta L''$ |                     |                      |                      |                      |
|---|---------------------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
|   | 1                                     | 2                   | 3                    | 4                    | 5                    |
| DRU   | -0,13696<br>0,45797                   | 0,03032<br>-0,09191 | -0,27886<br>-0,21218 | 0,10525<br>-0,13850  | -0,99157<br>1,45856  |
| JAS   | -0,13189<br>0,47237                   | 0,02846<br>-0,10367 | -0,32246<br>-0,30020 | 0,11070<br>-0,12780  | -1,01539<br>1,42860  |
| KPN   | -0,13626<br>0,47188                   | 0,02300<br>-0,10768 | -0,28361<br>-0,22588 | 0,10439<br>-0,14175  | -0,99280<br>1,48068  |
| NER   | -0,13325<br>0,47165                   | 0,02931<br>-0,08639 | -0,27968<br>-0,20321 | 0,10520<br>-0,12901  | -0,98973<br>1,48061  |
| DAR   | -0,13786<br>0,46389                   | 0,02806<br>-0,09979 | -0,27076<br>-0,21427 | 0,10460<br>-0,14051  | -1,00706<br>1,45362  |
| 144   | -0,13107<br>0,46131                   | 0,02888<br>-0,09656 | -0,28086<br>-0,21308 | 0,10503<br>-0,13941  | -0,98711<br>1,47217  |
| Aritmetinio vidurkio principu pataisytų koordinačių nuokrypiai $\delta T_{VRS}$ nuo tikslų reikšmių |                                       |                     |                      |                      |                      |
| virtualioji GPS stotis  | 0,00023<br>0,00082                    | 0,00142<br>0,00066  | 0,00657<br>0,01081   | -0,00076<br>-0,00275 | 0,00490<br>0,01175   |
| TIM   |                                       |                     |                      |                      |                      |
| Svorinio vidurkio principu pataisytų koordinačių nuokrypiai $\delta T'_{VRS}$ nuo tikslų reikšmių   |                                       |                     |                      |                      |                      |
|   | -0,00048<br>0,00014                   | 0,00182<br>0,00142  | 0,00502<br>0,01061   | 0,00640<br>0,01091   | -0,00065<br>-0,00249 |

**2 lentelė.** GPS referencinių punktų apytikrių geodezinių koordinačių  $B, L$  pataisos  $\delta B, \delta L$  (2 fragmentas)

**Table 2.** Corrections of  $\delta B, \delta L$  of GPS reference points approximate geodetic coordinates  $B, L$  (2 fragment)

| GPS punktas   | Pataisos $\delta B''$<br>$\delta L''$ |                     |                     |                      |                     |                     |
|---|---------------------------------------|---------------------|---------------------|----------------------|---------------------|---------------------|
|   | 1                                     | 2                   | 3                   | 4                    | 5                   |                     |
| MRC   | -1,66798<br>-0,73817                  | -0,49109<br>0,37581 | 0,06393<br>0,20666  | -0,43607<br>-0,12471 | 2,46822<br>1,01970  | -0,18202<br>0,29276 |
| RDK   | -1,66880<br>-0,74520                  | -0,48591<br>0,38875 | 0,06644<br>0,19391  | -0,43779<br>-0,11598 | 2,46427<br>1,01833  | -0,18490<br>0,29670 |
| TIM   | -1,66758<br>-0,73832                  | -0,48617<br>0,38783 | 0,06469<br>0,19946  | -0,43317<br>-0,11557 | 2,46986<br>1,01817  | -0,17937<br>0,28843 |
| MA2   | -1,66277<br>-0,73907                  | -0,48435<br>0,39119 | 0,06777<br>0,20387  | -0,43743<br>-0,12314 | 2,46110<br>1,01905  | -0,18726<br>0,29643 |
| NRL   | -1,66136<br>-0,72856                  | -0,48159<br>0,40620 | 0,05983<br>0,18417  | -0,45961<br>-0,14549 | 2,47295<br>1,03475  | -0,18109<br>0,30875 |
| PAN   | -1,66818<br>-0,74763                  |                     | 0,06676<br>0,19716  | -0,43684<br>-0,12283 | 2,46763<br>1,01373  | -0,18661<br>0,28928 |
| Aritmetinio vidurkio principu pataisytų koordinačių nuokrypiai $\delta T_{VRS}$ nuo tikslų reikšmių |                                       |                     |                     |                      |                     |                     |
| virtualioji PS stotis 144   | -0,00021<br>0,00052                   | 0,00087<br>-0,00129 | 0,00159<br>-0,00260 | 0,00410<br>0,00996   | 0,00192<br>-0,00254 | -0,00051<br>0,01492 |
| Svorinio vidurkio principu pataisytų koordinačių nuokrypiai $\delta T'_{VRS}$ nuo tikslų reikšmių   |                                       |                     |                     |                      |                     |                     |
|   | 0,00035<br>0,00237                    | 0,00050<br>-0,00217 | 0,00137<br>-0,00137 | 0,00392<br>0,00983   | 0,00131<br>-0,00123 | -0,00006<br>0,01624 |

Taikant aritmetinio ar svorinio vidurkių principus apskaičiuotų abiejų virtualiųjų stočių geodezinių koordinatų nuokrypiai nuo tikslų koordinatų reikšmių yra maždaug tos pačios eilės (1 ir 2 lentelėse). GPS referencinių stočių pataisytų apytikrių geodezinių koordinatų  $B$ ,  $L$  reikšmės, kurios skaičiuojamos pagal formules

$$\begin{aligned}\tilde{B}_i &= B_i + \delta B_i, \\ \tilde{L}_i &= L_i + \delta L_i,\end{aligned}$$

nustatytos standartinių nuokrypių įverčiai  $m_{\tilde{B}} = 0,0024''$  ir  $m_{\tilde{L}} = 0,0063''$ . Virtualiųjų GPS stočių TIM ir 144 geodezinių koordinatų  $\tilde{B}_{VRS}$ ,  $\tilde{L}_{VRS}$ , nustatytų, taikant aritmetinio ir svorinio vidurkių principus, tikslumas yra maždaug tos pačios eilės, t. y.

$$m_{VRS, \tilde{B}} = 0,0010''; m_{VRS, \tilde{L}} = 0,0026''$$

ir

$$m'_{VRS, \tilde{B}} = 0,0011''; m'_{VRS, \tilde{L}} = 0,0025''.$$

#### 4. Išvados

1. Taikant virtualiąsias GPS referencines stotis (VRS) padidėja vartotojo imtuvais realiuoju laiku ar „postprocessing“ režimu, t. y. GPS vartotojui patogiu laiku, nustatytų koordinatų tikslumas.

2. Pasiūlytas VRS stočių sudarymo modelis, koordinatų pataisoms nustatyti taikant aritmetinio vidurkio ir svorinio vidurkio principus.

3. Akivaizdu, kad GPS vartotojo imtuvais nustatytų koordinatų tikslumas, pasirinkus virtualiųjų stočių modelį, yra maždaug tos pačios eilės, taikant aritmetinio vidurkio ar svorinio vidurkio principus.

#### Literatūra

- Lambert Wanninger. Virtuelle GPS-Referenzstationen für grossräumige kinematische Anwendungen. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, No 3. Stuttgart: Verlag K. Witwer, 2003, S. 196–202.
- Hankemeier, P. Der Satellitenpositionierungsdienst SAPOS in Deutschland. Multifunktionale GNSS-Referenzstationsysteme für Europa. Workshop von 4. 5. März 2002 in der Europäischen Akademie für städtische Umwelt. Berlin, 2002, S. 16–23.
- Teunissen, P. J. G. The parameter distributions of the integer GPS model. *Journal of Geodesy*, No 1 (76). 2002, p. 41–48.
- Skeivalas, J. Accuracy determination of the coordinates augmentations of GPS vectors by measuring double phase shifts of the carrier. *Geodesy and Cartography (Geodezija ir kartografija)*, Vol XXIX, No 4. Vilnius: Technika, 2003, p. 115–118 (in Lithuanian).
- Bauer, M. Vermessung und Ortung mit Satelliten. Heidelberg: Wichmann, 1994. 274 S.
- Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H. and Collins, J. Global Positioning System. In: Theory and Practice. Wien, New York: Springer-Verlag, 1992. 326 p.
- Leick, A. GPS Satellite Surveying. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley and Sons. 1995, 352 p.
- Koch, K. R. Einführung in die Bayes-Statistik. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2000. 225 S.
- Markuze, J. I. Algorithms for geodetic networks adjustment using computers (Алгоритмы для уравнивания геодезических сетей на ЭВМ). Moscow: Nedra, 1989. 248 p. (in Russian).

---

**Jonas SKEIVALAS.** Prof, Doctor Habil.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lithuania (Ph +370 5 2744703, Fax +370 5 2744705), e-mail: [jonas.skeivalas@ap.vtu.lt](mailto:jonas.skeivalas@ap.vtu.lt).

Author of two monographs and more than 130 scientific papers. Participated in many intern conferences and research visits to the Finish Geodetic Institute.

Research interests: processing of measurements with respect to tolerances, adjustment of geodetic networks.

---

**Silvija GEČYTĖ.** Master of Science.

Vilnius Gediminas Technical University. Dept of Geodesy and Cadastre, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius-40, Lithuania (Ph +370 5 2744703, Fax +370 5 2744705), e-mail: [silvija.gecyte@ap.vtu.lt](mailto:silvija.gecyte@ap.vtu.lt).

Research interests: digital maps, GPS satellite surveyings.