



16-osios jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ teminės konferencijos
TRANSPORTO INŽINERIJA IR VADYBA,
vykusios 2013 m. gegužės 8 d. Vilniuje, straipsnių rinkinys

Proceedings of the 16th Conference for Junior Researchers 'Science – Future of Lithuania'
TRANSPORT ENGINEERING AND MANAGEMENT, 8 May 2013, Vilnius, Lithuania

Сборник статей 16-й конференции молодых ученых «Наука – будущее Литвы»
ИНЖЕНЕРИЯ ТРАНСПОРТА И ОРГАНИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК, 8 мая 2013 г., Вильнюс, Литва

OPTIMALIŲ KELEIVINIŲ GELEŽINKELIO RIEDMENŲ PARINKIMO MATEMATINIS MODELIS VIETINIO SUSISIEKIMO MARŠRUTUOSE

Laurynas Makaravičius¹, Gediminas Vaičiūnas²

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: ¹laurynas_makaravicius@yahoo.com, ²gediminas.vaiciunas@vgtu.lt

Santrauka. Tyrimai parodė, kad dažnai priemiestiniuose ir tarp miestiniuose maršrutuose, kuriais kursuoja dyzeliniai traukiniai, didelė dalis keleiviams skirtų vietų būna neužimtoms, dėl ko AB „Lietuvos geležinkeliai“ patiria didelių nuostolių. Ši problema gali būti sprendžiama parenkant optimalų vežimo potencialą kiekvienam maršrutui konkrečiai. Straipsnyje pasiūlytas naujas matematinis modelis, skirtas optimizuoti keleivinių riedmenų parinkimą vietiniuose maršrutuose, kuriame keleivių srautai ruože aprašomi baigtinių elementų metodu. Pagal pateiktą metodiką pasiūlytas optimalus riedmuo keleiviams vežti maršrutu Vilnius–Trakai. Išvados aptartas matematinio modelio efektyvumas ir siūlymai, kaip jį tobulinti.

Reikšminiai žodžiai: keleivių vežimai, dyzelinis traukinys, automotrisė, baigtinių elementų metodas, keleivių srautai.

Įvadas

Daugelyje vietinių geležinkelio maršrutų keleivių srautai yra nedideli – dyzelinis traukinys užpildytas 3–24 %, tad šiems maršrutams naudoti 4 vagonų dyzelinius traukinius labai neekonomiška (Butkevičius 2002). Nėgana to, dėl savo netobulos konstrukcijos, AB „Lietuvos geležinkeliai“ naudojamų dyzelinių traukinių sąstatus galima trumpinti paliekant ne mažiau kaip 3 vagonus. Nustatyta, kad jei dyzelinio traukinio, sudaryto iš 3 vagonų, užpildymas nesiekia 30 %, reisas tampa nuostolingas. Todėl, remiantis tyrimų rezultatais, siūloma neintensyvių keleivių srautų maršrutuose, mažinant eksploatacijos išlaidas, naudoti automotrisės.

Automotrisė – autonominis geležinkelio vagonas su vidaus degimo varikliu, naudojamas keleiviams vežti. AB „Lietuvos geležinkeliai“ eksploatuojamos dviejų tipų dyzelinės automotrisės: seno tipo automotrisės AR–2, turinčios 76 vietas keleiviams, ir naujo tipo – 620M, turinčios po 92 vietas.

Akivaizdu, kad daugeliu atvejų dyzelinių traukinių panaudojimas (nediferencijuojant jų vežimo potencialo) konkrečiuose ruožuose esti nuostolingas, tuo tarpu automotrisių turimo vežimo pajėgumo, dėl jų santykinai nedideli

delio keleivių vietų skaičiaus, dažnai gali ir nepakakti. Todėl iškyla būtinybė numatyti metodiką, kuria remiantis būtų įmanoma parinkti optimalius keleivinius riedmenis konkreitiems maršrutams ir racionaliai formuoti keleivinius sąstatus.

Straipsnyje „Choosing Railway Vehicles for Carrying Passengers“ (Dailydka 2010), autorius siūlo matematinį modelį, kuris leistų optimizuoti keleivinių geležinkelio riedmenų parinkimą, atsižvelgiant į pastarųjų pritaikomumą ruože ir keleivių skaičiaus svyravimus tam tikrose maršruto atkarpose. Modelis įvertina skirtingų keleivinių riedmenų tam tikrame maršruto ruože kuriamo ekonominio pelno arba praradimų dydį. Tokiu būdu formuojama kintamųjų matrica, kurioje riedmenys surašomi vertikalčiai, o ruožai – horizontalčiai, ieškoma optimalaus sprendinio (Dailydka 2010).

Keleivinių riedmenų paskirstymo principas ruožuose, priklausomai nuo jų talpos, tiriamas E. Abbink straipsnyje „Allocation of Railway Rolling Stock for Passenger Trains“ (Abbink 2002). Jame nagrinėjama keleivinių traukinių eismo organizavimo problema rytinio piko metu. Užduoties sprendimui, autorius sukūrė matematinį modelį, kurio tikslo funkcijoje minimizuojamas

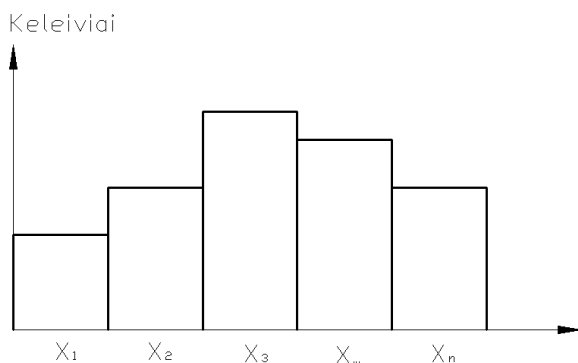
bendras vietų keleiviams stygiaus skaičius sąstatuose. Sukurtą matematinį modelį, autorius pritaiko riedmenų parinkimo koncepcijai penkiasdešimtyje vietinių maršrutų Olandijoje. Modelyje buvo sudaryti 2800 kintamieji ir 6600 apribojimai. Autorius sumodeliavo 4 scenarijus ir išsprendė CPLEX 7.0 programa.

Aptartuose straipsniuose keleivių srautų pasiskirstymas ruože aprašomas diskretiniais taškais ir nors Daildka (2010) siūlo per taškus išvesti regresinę lygtį, kad vėliau galima būtų spręsti daugiakriterinius optimizavimo uždavinius, regresinės analizės metodas nėra tikslus, o ypač, sprendžiant uždavinį su daug tarpinių stočių ruože. Tikslią keleivių skaičiaus pasiskirstymo ruože tolydinę funkciją įmanoma išvesti panaudojant baigtinių elementų metodą, kuris ir aptariamas šiame straipsnyje.

Matematinio modelio sudarymas

Siūlomas matematinis modelis vertina keleivinių geležinkelio riedmenų tinkamumą ruože pagal naudingumo kriterijus. Tikslų funkcija – minimizavimo funkcija, minimizuojanti keleivių vežimo nuostolius, atsiradusius dėl neužsėtų keleivių vietų tam tikrame keleiviniame riedmenyje konkrečiame ruože.

Tarkime keleivių srautų pasiskirstymas ruože vaizduojamas diagrama, abscisių ašyje nurodant tarpinės stoties pavadinimą, o ordinačių ašyje – konkrečių tarpstorių vežamų keleivių skaičių, kaip parodyta 1 pav.



1 pav. Keleivių skaičiaus kitimas ruože

Abscisių ašyje kiekvienos tarpinės stoties padėtis gaunama visą apibrėžimo sritį $X \in [0; a]$ (ruožo ilgį kilometrais, kurį atitinka skaliaras a) padalinant į tiek atkarpų, kiek ruože egzistuoja tarpstorių (į m intervalų). Kiekvienas tarpstotis yra ribojamas tarpinėmis stotimis (taip pat ruožo pradine ir galine stotimi), kurių koordinatės pradinės ruožo stoties (kurios koordinatė lygi 0) atžvilgiu randamos pagal formules:

$$X_{Ni} = \sum_{i=1}^m a_i; \quad (1)$$

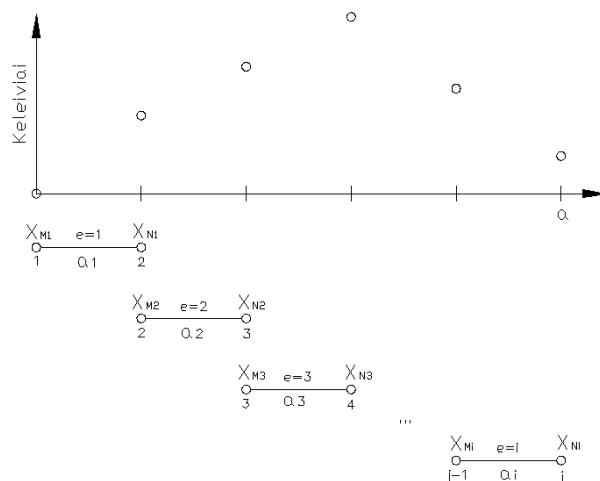
čia: X_{Ni} – i -tąjį tarpstorių ribojančios galinės stoties koordinatė; a_i – i -tojo tarpstorių ilgis, km.

$$X_{Mi} = X_{Ni-1}; \quad (2)$$

čia: X_{Mi} – i -tąjį tarpstorių ribojančios pradinės stoties koordinatė; X_{Ni-1} – $i-1$ -ąjį tarpstorių ribojančios galinės stoties koordinatė.

Uždavinį galima ir supaprastinti, argumento x apibrėžimo sritį dalinant į lygius baigtinius elementus, priimančią prielaidą, kad tarpstorių ilgiai apytiksliai vienodi, tuomet užtenka žinoti tik bendrą ruožo ilgį.

Tokiu būdu gaunamas diskretinių taškų išsibarstymas pagal visą ruožo ilgį, kurių reikšmė – keleivių, įlipusių į keleivinį traukinį konkrečiame ruožo kilometre, skaičius (žr. 2 pav.).



2 pav. Diskretinių taškų išsibarstymas

Turint šiuos taškus, galima išvesti funkciją, teoriškai aprašančią keleivių srautų pasiskirstymą konkrečiame ruože. Tai galima padaryti skaičiuojant formas funkcijas kiekvieno intervalo, t. y. baigtinio elemento, mazguose, jas sumuojant ir dauginant iš diskretinio taško ordinatės. Gaunama aproksimuota funkcija:

$$\phi(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) \cdot \phi_j; \quad (3)$$

čia: N_j – j -tojo mazgo, ribojančio intervalą, formas funkcija; Φ_j – diskretinio taško ordinatė; n – bendras baigtinių

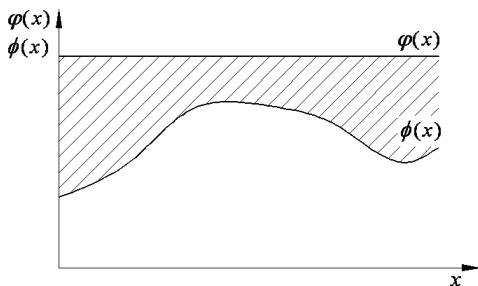
elementų (tarpstočių), į kuriuos sudalinta argumento apibrėžimo sritis, mazgų skaičius.

Tuo tarpu j -tojo baigtinio elemento mazgo formos funkciją galima gauti panaudojant Lagranžo interpoliacinę formulę:

$$N_j = \prod_{i=1}^n \frac{x - X_{Ni}}{X_{Mi} - X_{Ni}}; \quad (4)$$

čia: X_{Mi}, X_{Ni} – i -tąjį intervalą ribojančių pradinio ir galinio mazgų (atitinkančių tarpinės stoties atstumą nuo pradinės stoties kilometrais) koordinatės.

Įsivedama papildoma tiesinė funkcija $\varphi(x)$, kurios ordinatė atitinka k -tojo keleivinio riedmens užsėstų vietų normą, prie kurios vežimo rentabilumas lygus 0 (žr. 3 pav.).



3 pav. Aproximuotos keleivių pasiskirstymo ruože funkcijos $\Phi(x)$ ir funkcijos $\varphi(x)$ grafikas

Dviejų funkcijų ribojamas, grafike užbrūkšniuotas plotas, išreiškia tam tikrame j -tajame keleiviniame riedmenyje neužsėstų vietų ir ruožo ilgio sandaugą, išreikštą darbiniais vienetais (keleivių kilometrais). Jis parodo kiek kilometrų riedmuo nuostolingai gabena tam tikrą tuščių vietų skaičių. Šį dydį galima gauti pasinaudojant Rymano integralo formule, t. y. iš viršaus ir iš apačios plotą ribojančių funkcijų skirtumą integruojant pagal visą argumento apibrėžimo sritį:

$$F_k = \int_0^a (\varphi(x)_k - \phi(x)) dx; \quad (5)$$

čia: a – atstumas nuo pradinės iki galinės ruožo stočių, km.

Dydį F_k padauginus iš k -tojo keleivinio riedmens patiriamų sąnaudų vienam keleiviui nuvežti vieną kilometrą reikšmės k_k , gaunama nuostolių, patirtų dėl vežamų neužsėstų keleivių vietų konkrečiame ruože, išraiška litais. Tai ir yra šio optimizavimo uždavinio tikslo funkcija:

$$\min f(x) = F_k \cdot k_k; \quad (6)$$

čia: k_k – k -tojo keleivinio riedmens vežimo sąnaudų, Lt/kel. km.

Ieškant optimalaus riedmens konkrečiame ruože, negalima leisti, kad maksimalus keleivių skaičius bet kuriame ruožo tarpstotyje viršytų faktinį keleivinio riedmens vežimo pajėgumą. Todėl įvedamas apribojimas:

$$u(x_{\max}) \geq \phi(x_{\max}); \quad (7)$$

čia: $u(x)$ – tiesinė funkcija, atitinkanti k -tojo riedmens vežimo pajėgumą; x_{\max} – keleivių pasiskirstymo ruože funkcijos ekstremumo taško x koordinatė.

Šitaip sudaroma artinių seka, imamas kiekvienas kintamasis, tikrinama ar tenkinama (7) sąlyga, skaičiuojami nuostoliai ir ieškomas minimalią jų reikšmę atitinkantis artinys.

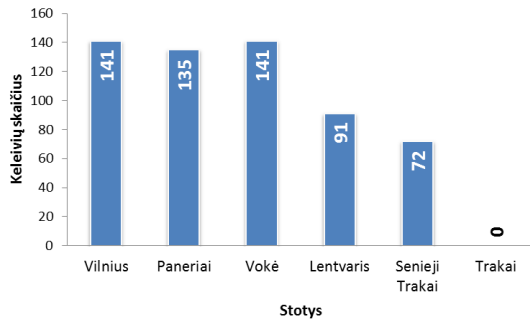
Sąlygos ir pradiniai duomenys matematinio modelio sprendimui

Minėto optimizavimo uždavinio tikslo funkcijos sudarymui reikia žinoti keleivių srautų pasiskirstymą pasirinktame ruože, rekomenduojamų keleivinių riedmenų vežimo sąnaudas (pvz. keleivinio riedmens patiriamų sąnaudų vienam keleiviui nuvežti vieną kilometrą pinigine išraiška, Lt/kel. km), keleivinių riedmenų vežimo pajėgumus ir koeficientus, apibrėžiančius užsėstų vietų normą konkrečiam keleiviniame riedmeniui, prie kurios vežimo rentabilumas lygus 0.

Šiuo atveju ruože vežamų keleivių skaičiaus kitimas paroje nėra vertinamas, o imama vidutinė paros keleivių norma. Nėra įvertintas ir sezoninis keleivių srautų kitimas, darant prielaidą, kad priemiestinių maršrutų, kuriuose kursuoja dyzelinės traukos keleiviniai riedmenys (dyzeliniai traukiniai ir automotrisės), keleivių skaičius svyruoja nežymiai (prof. J. Butkevičiaus monografijoje teigiama, kad tai galima paaiškinti didele kelionių darbo reikalais dalimi tokio tipo vežimuose) (Butkevičius 2011).

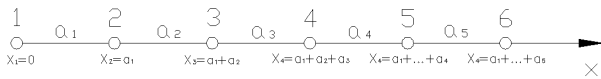
Matematinio modelio sprendimo pavyzdys

Skaičiavimui parenkamas ruožas Vilnius-Trakai, kurio keleivių srautų pasiskirstymas pavaizduotas 4 pav. Šiame ruože keleivių skaičius siekia 141 (tuo tarpu automotrisės keleivių vežimo pajėgumas yra 92), tokiu būdu patogų parodyti matematinio modelio veikimo principą, nes galima nuspėti, kad surasti optimalų sprendinį prireiks mažiausiai 3 iteracijų. Skaičiavimams naudojama „Maple 13“ programa.



4 pav. Keleivių skaičiaus kitimas ruože Vilnius-Trakai

28 km ilgio ruožas padalinamas į 5 baigtinius elementus, turinčius 6 mazgus (žr. 5 pav.).



5 pav. Formos funkcijų skaičiuojamoji schema

Pagal aprašytą metodiką skaičiuojamos formos funkcijos intervalų mazguose:

$$N_1 = \frac{(x-X_2)(x-X_3)(x-X_4)(x-X_5)(x-X_6)}{(X_1-X_2)(X_1-X_3)(X_1-X_4)(X_1-X_5)(X_1-X_6)};$$

$$N_2 = \frac{(x-X_1)(x-X_3)(x-X_4)(x-X_5)(x-X_6)}{(X_2-X_1)(X_2-X_3)(X_2-X_4)(X_2-X_5)(X_2-X_6)};$$

$$N_3 = \frac{(x-X_1)(x-X_2)(x-X_4)(x-X_5)(x-X_6)}{(X_3-X_1)(X_3-X_2)(X_3-X_4)(X_3-X_5)(X_3-X_6)};$$

$$N_4 = \frac{(x-X_1)(x-X_2)(x-X_3)(x-X_5)(x-X_6)}{(X_4-X_1)(X_4-X_2)(X_4-X_3)(X_4-X_5)(X_4-X_6)};$$

$$N_5 = \frac{(x-X_1)(x-X_2)(x-X_3)(x-X_4)(x-X_6)}{(X_5-X_1)(X_5-X_2)(X_5-X_3)(X_5-X_4)(X_5-X_6)};$$

$$N_6 = \frac{(x-X_1)(x-X_2)(x-X_3)(x-X_4)(x-X_5)}{(X_6-X_1)(X_6-X_2)(X_6-X_3)(X_6-X_4)(X_6-X_5)}.$$

Įvedamos tarpstočių ilgių reikšmės, kai baigtinių elementų ilgiai atitinka faktiškus tarpstočių ilgius (1 variantas) ir kai baigtinių elementų ilgiai yra vienodi (2 variantas):

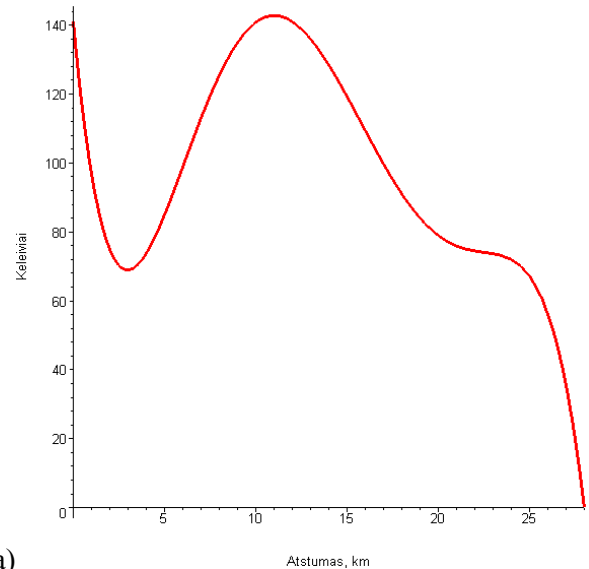
- 1) $a_1 = 9$ km, $a_2 = 3$ km, $a_3 = 6$ km, $a_4 = 6$ km, $a_5 = 4$ km;
- 2) $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = a_5 = 5,6$ km.

Gaunamos tokios aproksimuojamos funkcijos:

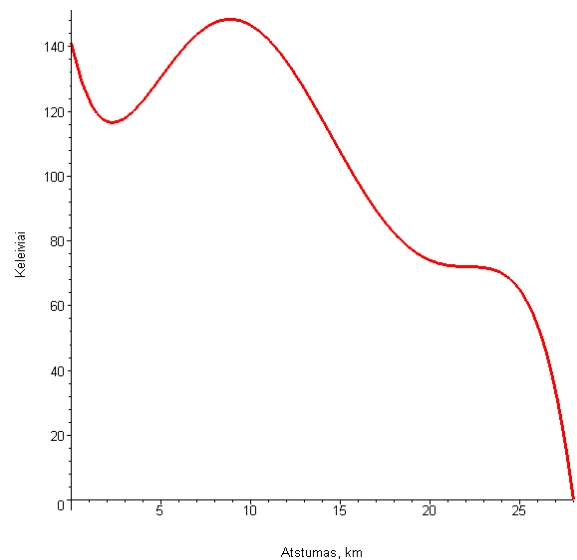
$$\Phi_1(x) = 141 - \frac{69299}{1197}x + \frac{1815139}{35458560}x^4 + \frac{7347127}{492480}x^2 - \frac{18694769}{13789440}x^3 - \frac{171907}{248209920}x^5;$$

$$\Phi_2(x) = 141 - 24,7529762x + 0,03419087265x^4 + 7,872289553x^2 - 0,826614128x^3 - 0,0004932830803x^5.$$

Aproksimuotų keleivių skaičiaus pasiskirstymo funkcijų $\Phi_1(x)$ ir $\Phi_2(x)$ grafikai pateikti 6 pav.



a)



b)

6 pav. Funkcijų $\Phi_1(x)$ ir $\Phi_2(x)$ grafikai: a) $\Phi_1(x)$; b) $\Phi_2(x)$

Dyzelinių traukinių ir automotrisių eksploatacinių-ekonominių rodiklių palyginimas pateiktas 1 lentelėje. Lentelės duomenys naudojami sudarant optimizavimo uždavinio tikslo funkciją: formuojama riedmenų rentabilumą apibūdinanti funkcija $\varphi(x)$ (šiuo atveju ji imama

kaip vertikalė, kurios ordinatė atitinka dydį K), imamos tarifų vertės T , atitinkančios keleivinių riedmenų vežimo sąnaudas k_k . Apribojimuose naudojamos tiesinės funkcijos $u(x)$ ordinatė atitinka lentelėje pateiktų skirtingų riedmenų vežimo potencialų II reikšmes (žr. 1 lentelę).

1 lentelė. Automotrisių ir dyzelinių traukinių komercinis palyginimas (Griškevičienė, 2002)

Vagonų skaičius	Sėdimų vietų skaičius II , vnt.	Tarifas T , Lt/keļ. km	Būtinai keleivių skaičius K , kad rentabilumas būtų lygus 0, vnt.
3 vagonai	285	0,7417	185
4 vagonai	400	0,7417	247
6 vagonai	632	0,7417	371
1 automotrisė	92	0,7417	89
2 automotrisės	184	0,7417	171

Parenkami keleiviniai riedmenys: automotrisė 620M, dviejų sukabintų automotrisių 620M sąstatas ir trijų vagonų sąstatas – DR1AM, iš jų sudaroma artinių seka, užvedamas iteracinis procesas ir ieškomas optimalus sprendinys.

Rezultatai

Tikslo funkcijų reikšmės gautos 1, 2 ir 3 iteracijoje pateiktos 2 lentelėje.

2 lentelė. Skaičiavimo rezultatai

Eil. Nr.	Keleiviniai riedmenys	Rezultatai, kai imama $\Phi_1(x)$		Rezultatai, kai imama $\Phi_2(x)$	
		Ar tenkinama apribojimų sąlyga	Tikslo funkcijos $f(x)$ reikšmė, Lt	Ar tenkinama apribojimų sąlyga	Tikslo funkcijos $f(x)$ reikšmė, Lt
1.	620M	Ne	-	Ne	-
2.	2x620M	Taip	1572,58	Taip	1402,10
3.	DR1AM	Taip	1863,73	Taip	1672,08

Išvados

Tyrimo metu nustatyta, kad ruože Vilnius-Trakai nuostolių, patirtų dėl vežamų neužsėstų keleivių vietų, mažiausia reikšmė tenka dviejų sukabintų automotrisių 620M sąstatui (1572,58 Lt ir 1402,10 Lt). Tuo tarpu DR1AM kiek didesni – 1863,73 Lt ir 1672,08 Lt.

Pastebėta, kad ruože ties Lentvario stotimi keleivių skaičius staigiai krenta ir artėjant prie Trakų tolygiai mažėja. Dėl šios priežasties galima būtų siūlyti diferencijuoti vežimo potencialą, atkabinant nuo sąstato vieną automotrisę Lentvario stotyje.

Tikrinant riedmenų vežimo pajėgumo išpildymo sąlygą, automotrisėse vežamų keleivių vietų skaičių galima padidinti iki 100, vadovaujantis rekomendacija, kad nedideliais atstumais kursuojančiuose keleiviniuose traukiniuose iki 10 % keleivių vietų gali būti stovimosios.

Formuojant tikslo funkciją, kuomet imami faktiški atstumai atitinkantys baigtinių elementų ilgiai, aproksimuotos funkcijos, aprašančios keleivių srautų pasiskirstymą ruože, pavidalas iškraipomas, tuo pačiu iškraipoma ir uždavinio sprendinio reikšmė. Vežimo nuostoliai per visą ruožo ilgį, kada skaičiavimuose naudojami realūs tarpstočių ilgiai ir apytiksliai (t. y. vienu ilgių), skiriasi 10,86 % antroje iteracijoje ir 10,28 % trečiojoje.

Siekiant mažinti AB „Lietuvos geležinkeliai“ Keleivių vežimo direkcijos patiriamus nuostolius dėl neracionalaus keleivinių riedmenų panaudojimo, būtų tikslinga pagal pasiūlytą metodiką patikrinti visus maršrutus, kuriuose kursuoja dyzelinės traukos keleiviniai riedmenys.

Literatūra

- Butkevičius J. *Keleivių vežimai*. Vilnius: Technika, 2002. 414 p.
- Butkevičius J. *Keleivių vežimo Lietuvos geležinkeliais tyrimai ir plėtra*. Vilnius: Technika, 2011. 219 p.
- Dailydka S. Choosing Railway Vehicles for Carrying Passengers. *Transport*. Vilnius: Technika, 2010, 25 tomas, nr. 2: 11-16.
- Griškevičienė D. *Geležinkelių transporto komercinė eksploatacija*. Vilnius: Technika, 2002. 110 p.
- Abbink E. Allocation of Railway Rolling Stock for Passenger Trains. *CentER*. 2002, nr.43: 17.