



20-osios jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ teminės konferencijos
TRANSPORTO INŽINERIJA IR VADYBA,
vykusios 2017 m. gegužės 12 d. Vilniuje, straipsnių rinkinys

Proceedings of the 20th Conference for Junior Researchers 'Science – Future of Lithuania'
TRANSPORT ENGINEERING AND MANAGEMENT, 12 May 2017, Vilnius, Lithuania

Сборник статей 20-й конференции молодых ученых «Наука – будущее Литвы»
ИНЖЕНЕРИЯ ТРАНСПОРТА И ОРГАНИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК, 12 мая 2017 г., Вильнюс, Литва

GELEŽINKELIO VAGONŲ RIEDĖJIMO SKIRSTYMO KALNELIU PROCESO VERTINIMO MATEMATINIS MODELIS

Gelena Spudzienė, Henrikas Sivilevičius

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Transporto technologinių įrenginių katedra
El. paštas: gelena.spudzienė@stud.vgtu.lt; henrikas.sivilevicius@vgtu.lt

Santrauka. Geležinkelio skirstymo stočių kalneliuose vyksta daugybė tarpusavyje susietų, sudėtingų procesų. Šiems procesams sinchronizuoti būtina panaudoti vagono riedėjimo skirstymo kalnelio nuolydžiu imitacinius modelius. Tai įgalina nustatyti lygiavertį (ekvivalentinį) nuolydį, kuriuo rieda atkabos kiekvienas vagonas per nustatytą žingsnį. Straipsnyje pateiktas nevienarūšių vagonų atkabų riedėjimo procesų vertinimas atsitiktinių veiksnių veikimo sąlygomis. Pabaigoje pateiktos išvados.

Reikšminiai žodžiai: vagonų atkaba, skirstymo kalnelis, stabdymo pozicija, lygiavertis nuolydis, atsitiktiniai veiksniai, kelio kreivės.

Įvadas

Geležinkelių skirstymo stotyse, prekinių traukinių sąstatai formuojami iš vagonų atkabų, nukreipiamų į nustatytos krypties kaupiamąjį kelią per skirstomąjį kalnelį. Kelyje, kuriame formuojamas sąstatas, vagonų atkabos sukabinamos ir laikomos kol ne bus suformuotas sąstatas.

Skirstomojo kalnelio pagrindiniai elementai yra iešmai ir stabdymo pozicijos. Dėka iešmų formuojamas eismo maršrutas, vagonų atkabos nukreipiamos į numatytą kelią. Stabdymo pozicijos įtakoja mikroprocesorinės kalnelio automatinės centralizacijos įrenginių parametrams ir reguliuoja atkabų riedėjimo greitį.

Vagonų skirstymo sistemos funkcionavimo pagrindinis principas – „taiklus šaudymas“. Skirstymo metu atkabų ir jų judėjimo parametrai fiksuojami penkiose zonose: atkabinimo ruože, įėjime ir išėjime iš stabdymo pozicijos greičio ir svorio davikliais bei ašiu elektroniniais skaitikliais.

Skirstymo kalnelio nuolydžio dalies modulis sudarytas iš kontrolinių ruožų, į kurias įeina stabdymo pozicijos (1SP, 2SP, 3SP) ir iešmų ruožai, tarp kurių yra magistraliniai kelio ruožai. Modulis įtakoja vagonų bei atkabų riedėjimui, t. y. reguliuoja jų greičius ir nukreipia į atitinkamus kelius.

Mechaninėse sistemose „Riedmuo–kelias“ ir „Riedmuo–kalnelis“ veikiančios jėgos

Jėga tai materijos, kūnų arba gamtos veiksnių veikimo į kitus kūnus matas. Transporto priemonių jėgos keičia greičius ir deformuoja kūnus. Pokyčiai vyksta esant tiesioginiam kontaktui arba jėgų laukų sąveikai. Jėga yra vektorinis dydis.

Ramybės būsenoje vagono svoris per aširačius statiška veikia bėgius ir išreiškiamas:

$$G = mg . \quad (1)$$

Kai materialieji kūnai kontaktuoja tarpusavyje, kontakto taške atsiranda sąveikos jėgos, kurios vadinamos reakcijomis. Reakcijos R jėgos projekcija plokštumos atžvilgiu, vadinama trinties jėga F_{tr} , o projekcija normalės atžvilgiu – reakcijos jėga N .

Pagal Niutono antrą dėsnį kūno masės ir pagreičio sandauga lygi:

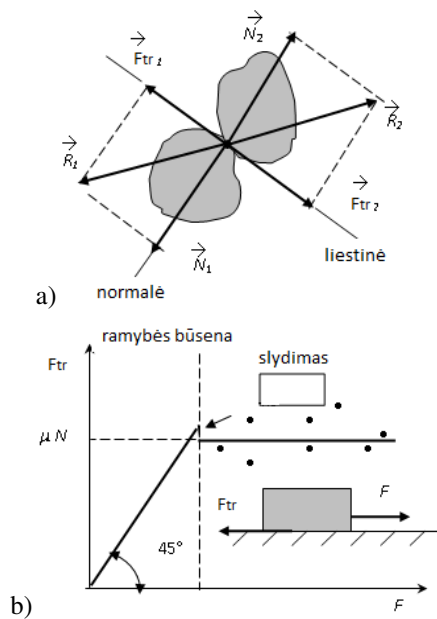
$$\vec{ma} = \vec{mg} + \vec{N} + \vec{F}_{tr} . \quad (2)$$

Jeigu vagonas juda su pagreičiu, jėga \vec{G} nustatoma pagal formulę:

$$\vec{G} = \vec{mg} - \vec{ma} , \quad (3)$$

čia: a – įcentrinis pagreitis, m/s^2 .

Kontakto taške veikiančios trinties jėgos schema pavaizduota 1 paveiksle.



1 pav. Trinties jėgos grafikai

Kūną (1b pav.) veikia didėjanti jėga F . Jėgos veikimo pradžioje, kūnas randasi ramybės būsenoje, nes judėjimui trukdo kontakto zonoje atsirandanti, priešingos krypties trinties jėga. Pusiausvyros sąlygomis trinties jėga lygi ir priešingai nukreipta F jėgai. Priklausantys nuo veikiančios kūną F jėgos trinties jėgos grafikas – pavaizduota paveiksle tiesė, išdėstyta 45° kampu F jėgos ašies atžvilgiu. (Shusharin 2006)

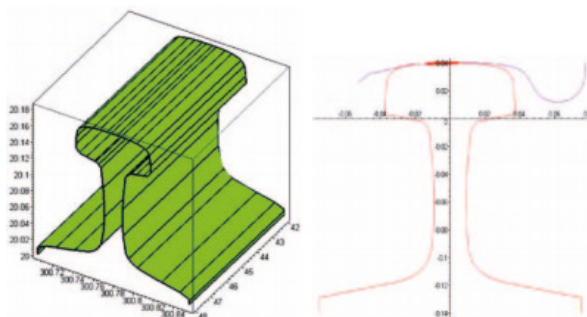
Tampriųjų kūnų tarpusavio kontakte veikiančios įtempiai nustatomi panaudojant Herco sukurtą teoriją. Dviejų tampriųjų kūnų kontakte veikia tangentiniai τ_{zx} , τ_{zy} ir normaliniai σ_{zz} įtempiai. Kai vyksta dviejų kūnų slydimas vienas kito atžvilgiu, sąlyčio kontakte tam tikruose taškuose atsiranda slydimas, t. y. dviejų kūnų kontakto taške kūnų greičiai yra skirtingi. Tarp dviejų kūnų trinties jėga nelygi nuliui, kai yra tarp kūnų kontaktas, kūnų greičiai yra skirtingi ir prispaudimo jėga nelygi nuliui. Taigi kontakto plote atsiranda trinties jėgos ir šių jėgų momentas. Nagrinėjant aširačio rato ir bėgio paviršiaus sąveiką, panaudojant Herco teoriją, reikia žinoti kūnų kreivumo spindulius. Aširačio ir bėgio geometrija yra gana sudėtinga, t. y. kiekvieno kūno paviršiuje kreivumo spindulys yra kintamas (Bogdevičius 2012). Bėgio ir aširačio sąveikos schema pavaizduota 2 paveiksle.

Tarp bėgio ir aširačio veikiančios trinties ir tamprumo jėgos visada įvertinamos apskaičiuojant vagonų stabdymo procesus jiems riedant automatizuotais skirstymo kalneliais arba tiriant vagono ir atkabos kaip sąstato dinamiką.

Dažnai skirstymo stočių kalneliuose riedmenų skirstymo metu, būtent stabdant, atsiranda erzinantys garsai. Garsų stiprumas priklauso nuo vagonų stabdiklio stabdomosios konstrukcijos. Jeigu šių veikla stabili, garsų lygiavertis (ekvivalentinis) lygis neviršija 10 dBa.

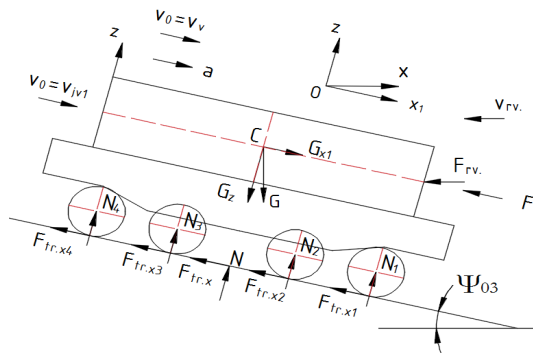
Mechaninėje sistemoje „Riedmuo–kalnelis“ veikia labai daug kintamų veiksmų ir jėgų. Daugumoje riedmens

aširačio ir bėgio sąveiką nagrinėjančių mokslo darbų nėra vertinamos oro sąlygos, t. y. lietaus, priešpriešinio arba šoninio vėjo poveikis ir t. t.



2 pav. Bėgio ir aširačio geometrija bei kontakto schema (Bogdevičius 2012)

Kalneliu sava eiga riedantį vagoną, esant priešpriešiniam vėjui, veikiančių jėgų schema pateikta 3 paveiksle.



3 pav. Kalneliu sava eiga, esant priešpriešiniam vėjui, riedantį vagoną veikiančios jėgos: F_{rv} – priešpriešinio vėjo veikimo jėga; G_z – krauto vagono svoris, F_{tr} – aširačių riedėjimo trinties jėgos; G – vagono svoris, įvertinant aširačių sukimosi inercijos jėgas; v_{rv} – priešpriešinio vėjo greitis, a – įcentrinis pagreitis; v_0 – vagono pradinis greitis (lygus v_{jv} – vagono įvažiavimo į stabdymo poziciją greičiui); N – veikiančių tarp aširačių ir bėgių reakcijų jėgos; F_p – aplinkos, atsitiktinai veikiančios jėgos; Ψ_{03} – kalnelio nuolydžio kampas

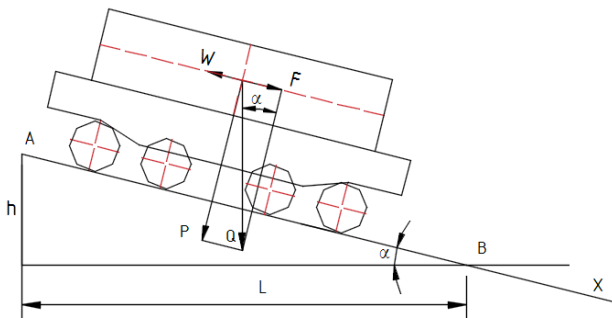
Projektuojant skirstomuosius kalnelius įvertinamos jėgos, veikiančios vagonus, taip pat įvertinami oro sąlygos bei greičiai, kuriais vagonai bei atkabos rieda ir įvažiuoja į stabdymo pozicijas.

Mechaninės sistemos „Riedmuo–kalnelis“ tyrimo metu būtina įvertinti pakrauto į vagonus krovinio savybes, vagonų sukabinimo būdus atkabojė, atkreipti dėmesį į tai, kaip leidžiami vagonai nuo kalnelio: atskirai, atkabomis arba su manevrinio šilumvežiu. Įtaka Greičiui sudaro vagonų svoris, t. y. tušti vagonai rieda liečiau dėl jų mažesnės potencinės energijos.

Atsitiktinių veiksmų ir vėjo poveikio atkabų riedėjimui analizė

Skirstymo kalneliuose vyksta daugybė tarpusavyje susietų, sudėtingų atkabų riedėjimo ir kalnelio įrenginių veikimo procesų. Šių procesų sinchronizavimas reikalau-

ja vagono riedėjimo imitacinio modelio panaudojimo. Vagono riedėjimo nuo kalnelio fizikinis modelis pavaizduotas 4 paveiksle.



4 pav. Vagono riedėjimo kalneliu fizikinis modelis

Atveju kai $F(s) = i = const$ ir atkabos, kaip materialinio taško, lygties $v' = f(s, v)$ analitinį sprendimą pirmas pasiūlė prof. Obrazcov (1928):

$$P = mv \cdot \frac{dv}{ds'}, \quad (4)$$

čia: P – varomoji jėga, N; m – atkabos masė, kg; s – riedėjimo atstumas, m; v – atkabos greitis, m/s.

Šiuo atveju varomoji jėga P nustatoma lygtimi:

$$P = F - W, \quad (5)$$

čia: F – vagono svorio projekcija atkabos riedėjimo plokštumos atžvilgiu; W – atkabos judėjimo pasipriešinimo jėgos.

Vagono svorio projekcija F atkabos riedėjimo plokštumos atžvilgiu nustatoma pagal formulę:

$$F = Q \sin \alpha_h, \quad (6)$$

čia: α_h – kalnelio nuolydžio kampas, grad.

Atkabos judėjimui pasipriešinimo jėgos dydis apskaičiuojamas pagal formulę (Taraneč 2016):

$$W = Qw_0 + 0,07f_v(v + v_v)^2 + 0,75 \cdot \frac{Q}{R}, \quad (7)$$

čia: α_h – nuolydžio kampas; w_0 – vagonų judėjimo lyginamoji pagrindinė pasipriešinimo jėga, N; f_v – vagono skerspjūvio plotas, m^2 ; v_v – vėjo greitis, m/s; Q – atkabos svoris, kg; R – kelio kreivės spindulys.

Atsižvelgiant į tai, kad skirstymo metu, atkabos pravažiuoja keletą kalnelio ruožų, pasipriešinimo judėjimui jėga kiekviename ruože nustatoma atskirai pagal formulę (Taraneč 2016):

$$W = w_0 + w_{av} + w_{ik} + b_t, \quad (8)$$

čia: w_0 – pagrindinis lyginamasis pasipriešinimas vagonų judėjimui, N; w_{av} – lyginamoji pasipriešinimo jėga veikiant atsitiktiniams veiksniams ir vėjui, N; w_{ik} – iešmų ir kelio kreivių lyginamoji pasipriešinimo jėga, N.

Rusijos geležinkelių transporto mokslo tyrimų institute buvo atlikti vagonų judėjimo pagrindinio pasipriešinimo eksperimentinių tyrimai (Sotnikov 1975). Tyrimai rodo, kad vagono judėjimo pagrindinė lyginamasis pasi-

priešinimo jėga yra atsitiktinis dydis, turintis gama pasiskirstymą ir imitaciniame modeliavime išreiškiamas taip:

$$w_0 = -\frac{1}{b} \ln \left(\prod_{j=1}^a R_j \right), \quad (9)$$

čia: a ir b – priklausantys nuo atkabos svorio kategorijos, gama pasiskirstymo parametrai; R_j – intervale $[0, 1]$ tolygiai išsiskirstyti atsitiktiniai skaičiai.

Pasipriešinimas iešmams ir kreivėms riedėjimo maršrute apskaičiuojamas pagal formulę:

$$w_{ik}(v) = K_{ik}v^2, \quad (10)$$

čia: K_{ik} – pasipriešinimo iešmams ir kreivėms vidutinis koeficientas.

Riedėjimo ruožo ribose pasipriešinimo iešmams ir kreivėms atlikto darbo vidutinė reikšmė nustatoma pagal formulę (Taraneč 2016):

$$\bar{h}_{ik} = (0,56n + 0,23 \sum a_{ik})v^2 \cdot 10^{-3}, \quad (11)$$

čia: n ir a_{ik} – iešmų ir kreivių skaičius riedėjimo maršrute.

Aprašytų metodikų trūkumas yra tas, kad judėjimo pasipriešinimo jėgos nagrinėjami kaip atsitiktiniai dydžiai, turintys pastovias reikšmes riedėjimo maršrute.

Ankstyvuosiuose kalnelių procesų tyrimų darbuose vagonų atkaba nagrinėjama kaip materialusis taškas. Taraneč (2016) savo darbe tvirtina, kad modeliuojant kelių vagonų atkabų riedėjimą toks požiūris netinkamas.

Atkabų, suformuotų iš didesnio skaičiaus vagonų, judėjimo modeliavimo metodai pateikti prof. Mucha (1977) ir prof. Šafit (1965) darbuose.

Nevienarūšių vagonų atkabų riedėjimo procesų tyrimams prof. Bobrovskij, Mucha (1969) siūlo modelį, kuris leidžia numatyti lygiavertį nuolydį, kuriuo rieda kiekvienas atkabos vagonas per nustatytą žingsnį Δs . Darbe pateikta atkabos riedėjimo diferencialinė lygtis (Bobrovskij, Mucha 1969):

$$dt = \frac{dv}{g'(i(s) - w_0 - w_{av}(v) - w_{ik}(v)) \cdot 10^{-3}}, \quad (12)$$

čia: w_0 – pagrindinis lyginamasis pasipriešinimas vagonų judėjimui; w_{av} – lyginamoji pasipriešinimo jėga veikiant atsitiktiniams veiksniams ir vėjui; w_{ik} – iešmų ir kelio kreivių lyginamoji pasipriešinimo jėga.

Lygties, įvertinančios pasipriešinimo jėgų priklausomybę nuo atkabos riedėjimo greičio, sprendimą siūlo prof. Žukovickij (1997):

$$\int_{t_0}^{t_i} dt = \frac{1}{d' \cdot 10^{-3}} \int_{v_0}^{v_i} \frac{dv}{i_e - w_0 - w_{ik}(v) - w_{av}(v)}, \quad (13)$$

čia: w_0 – pagrindinis lyginamasis pasipriešinimas vagonų judėjimui; w_{av} – lyginamoji pasipriešinimo jėga veikiant atsitiktiniams veiksniams ir vėjui; w_{ik} – iešmų ir kelio kreivių lyginamoji pasipriešinimo jėga.

Atsitiktinių veiksnių ir vėjo įtakos tyrimai leidžia tobulinti skirstymo kalnelių techninių charakteristikų vertinimą ir kurti sąstatų išformavimo operatyvaus valdymo algoritmus.

Atkabos riedėjimo bazinis modelis

Imitacinį atkabos riedėjimo modelį sudaro riedėjimo maršruto modelis, atkabos vagonų ašių modelis ir adekvatiam modeliavimui būtini riedėjimo sąlygų duomenys.

Atkabos riedėjimo maršruto įeinamasis modelis vaizduojamas lygtimi (Shafit 1965):

$$P_u = \{l_u, w_u, O_u, i_u, R_{vu}\}, u = 1, \dots, M, \quad (14)$$

čia: l_u – elemento ilgis; w – iešmų ir kelio kreivių pasipriešinimo jėgas charakterizuojantys parametras; O_u – tipas; i_u – kalnelio nuolydis, %; R_{vu} – vertikaliosios kelio kreivės spindulys, m; M – maršruto elementų skaičius.

Atkabos riedėjimo maršrutas dalinamas į apribotus kalnelio iešmynų charakteringų taškų elementus. Tokiais taškais gali būti iešmų ir stabdiklių bėgių grandinių pradžia ir pabaiga, stabdiklių darbinį ilgį pradžia ir pabaiga, kreivių pradžia ir galas, skirstymo kelio pradžia ir pabaiga, kalnelio viršūnė ir profilio lūžiai.

Vagonų duomenų įvesties modelis vaizduojamas lygtimi:

$$B_u = \{\gamma_i, v_{Bi}, \rho_i, Q_{si}, w_{0i}\}, i = 1, \dots, m, \quad (15)$$

čia: γ_i – i -tojo vagono tipas; v_{Bi} – ašių skaičius; ρ_i – guolių tipas; Q_{si} – svoris; w_{0i} – pagrindinė lyginamoji pasipriešinimo jėga; m – vagonų skaičius atkaboje.

Atkabos riedėjimo sąlygų parametrai:

$$Y = \{V_0, S_{tk}, V_v, \beta, t^0, \Delta s, N\}, \quad (16)$$

čia: V_0 – sąstato skirstymo greitis, m/s; S_{tk} – nagrinėjamo taško taikymo koordinatė; V_v – vėjo greitis, m/s; β – vėjo kryptis; t^0 – aplinkos temperatūra; Δs – modeliavimo žingsnis; N – riedėjimo kelio numeris.

Atkabos judėjimo procesas modeliuojamas integravimo (12) lygtimi.

Vagono riedėjimo metu veikiančių jėgų apskaičiavimui naudojamas atkabos vagonų ašių (9) modelis. Nuolydžio, kuriame vyksta atkabos masės centro judėjimas, tuo momentu kai jo pirmais aširatis yra s taške, momentinė reikšmė $i(s)$ išreiškiama lygtimi (Bobrowski 1996):

$$i(s) = \frac{1}{Q_{atk}} \sum_{i=1}^{matk} g_i \sum_{r=1}^{vvi} i(s_{ir}), \quad (17)$$

čia: Q_{atk} – atkabos masė, kg; g_i – atkabos i -tojo vagono ašies apkrova ($g_i = Q_v / v_{vi}$); s_{ir} – taško, kuriame yra r aširatis i -tojo vagono, koordinatė; $i(s_{ir})$ – nuolydžio, kuriame randasi r ašis i -ojo vagono, reikšmė.

Vagonų atkabų stabdymo modeliavimui stabdymo pozicijose nustatomos stabdiklių lyginamosios pasipriešinimo jėgos, kurios veikia visą atkaba vienu metu:

$$w_{st} = w_{sp} + w_{sv} + w_{spsv}, \quad (18)$$

čia: w_{sp} , w_{sv} , w_{spsv} – spaudimo, svorinių ir svorinių-spaudimo stabdiklių lyginamosios pasipriešinimo jėgos, N/kN:

$$w_{sp} = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v w_{spi}, \quad (19)$$

$$w_{sv} = \frac{1}{Q_{atk} \sum_{i=1}^{matk} g_i \sum_{r=1}^{vvi} w_{rvi}}, \quad (20)$$

čia: w_{spi} – spaudžiančiojo stabdliklio lyginamoji stabdymo jėga, kuri veikia į atkabos i -ąjį aširatį; v – ašių skaičius atkaboje; w_{rvi} – svorinio tipo stabdliklio lyginamoji stabdymo jėga, nustatoma atkabos aširačiams, kurie rieda Δs ruožu.

Vagonų atkabų riedėjimo modelis, veikiant atsitiktiniams veiksniams

Vagonų atkabos riedėjimo procesas aprašomas lygtimi (Taranec 2016):

$$v' = \frac{dv}{dt} = g'(i - w_0 - w_{av}(v) - w_{ik}(v) - b_t) \cdot 10^{-3}, \quad (21)$$

čia: i – riedėjimo maršruto nuolydis; w_0 – atkabos judėjimo pagrindinė lyginamoji pasipriešinimo jėga, N/kN; w_{av} – aplinkos, atsitiktinių veiksnių ir vėjo papildomo pasipriešinimo lyginamosios jėgos, N/kN; w_{ik} – papildomo pasipriešinimo, atsirandančio atkabai pravažiuojant iešmus ir kelio kreives, lyginamosios jėgos, N/kN; v – atkabos greitis, m/s; g – laisvojo kritimo pagreitis, m/s²; b_t – stabdiklių pasipriešinimo lyginamosios jėgos, N/kN.

$$b_t = F(v_{st}^{iv}, v_{st}^d, \sigma_{st}), \quad (22)$$

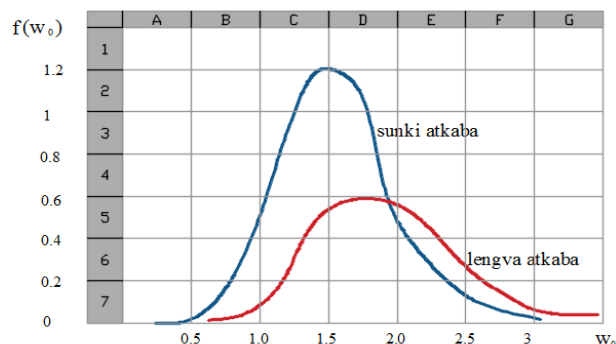
čia: v_{st}^{iv} – atkabos įvažiavimo į stabdymo poziciją greitis, m/s; v_{st}^d – atkabos išvažiavimo iš stabdymo pozicijos greitis, m/s; σ_{st} – atkabos greičio atsitiktinės deklinacijos dydis.

Skirstymo kalnelio procesams, veikiant atsitiktiniams veiksniams, tirti toliau taikomas patobulintas vagonų atkabų riedėjimo nuo kalnelio bazinis modulis pagal (11) formulę

Atsitiktinio dydžio w_0 parametrai ir pasiskirstymo dėsnis priklauso nuo vagonų svorio kategorijos ir guolių tipo. w_0 dydis pasiskirsto su koeficientais α ir β (7):

$$F = (w_0) = \frac{\beta^\alpha}{(\alpha)} \int_0^{w_0} e^{-\beta w_0} w_0^{\alpha-1} dw_0, \quad (23)$$

Lengvos ir sunkios svorio kategorijos vagonų atkabų pasiskirstymo tankis pavaizduotas 5 paveiksle.



5 pav. Lengvos ir sunkios svorio kategorijos vagonų atkabų pasiskirstymo tankis

**Atkabos riedėjimo pagrindinio pasipriešinimo
atsitiktinio dydžio modeliavimas**

Įsivaizduojama laiko eilutė w_1, w_2, \dots, w_τ , kuri rodo rodiklio w_τ „svyravimo“ kitimą. $t = 1, \tau$ (17), o $w(t)$ – atitinkama eksperimentinei spėjama teorinė priklausomybė.

Tariamajame intervale $w(t)$ funkciją vaizduojama Furje eilute, pavyzdžiui, jeigu funkcija ribota (Dirichle sąlyga).

Pirmos harmonikos periodas lygus tiriamojo periodo ilgiui. Antros – pusei pagrindinio periodo, o trečios – vienai trečiajai pagrindinio ir t. t. Jeigu turime τ stebėjimų, harmonikų skaičius ne didesnis kaip $\frac{\tau}{2}$.

$w(t)$ funkciją pateikiama kaip $\frac{\tau}{2}$ harmonikų suma:

$$w_0(t) = \overline{w_0} + \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} \left(A_i \cos \frac{2\pi i t}{\tau} + B_i \sin \frac{2\pi i t}{\tau} \right), \quad (24)$$

čia: A_i, B_i – Furje eilutės koeficientai; $\frac{2\pi i t}{\tau}$ – i -osios harmonikos dažnis; τ – matavimo trukmė; i – harmonikų kiekis; $\overline{w_0}$ – pasipriešinimo judėjimui dydžio matematinė viltis.

$$\overline{w_0} = -\frac{1}{b} \ln \left(\prod_{j=1}^a R_j \right), \quad (25)$$

čia: a, b – gama pasiskirstymo parametrai; R_j – tolygiai išdėstyti intervalo (0, 1) atsitiktiniai skaičiai.

A_i, B_i ir a_0 koeficientai įvertinami pagal mažiausių kvadratų metodą:

$$\sum_{t=1}^{\tau} (y_1 - y(t))^2 \rightarrow \min, \quad (26)$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} \sin \left(\frac{2\pi}{p} it \right) \sin \left(\frac{2\pi}{p} jt \right) = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ \frac{\tau}{2}, & i = j \neq 0 \neq \frac{\tau}{2} \end{cases} \quad (27)$$

Lygybė (27) turi prasmę, jeigu abudu jos nariai pakeisti kosinusais; jeigu kosinusu pakeistas tik vienas narys, kairiosios dalies suma lygi nuliui.

$$S \left(a_0, A_1, A_2, A_\tau, A_{\frac{\tau}{2}}, B_{\frac{\tau}{2}} \right) = \sum_{i=1}^{\tau} w_t = -a_0 - \sum_{i=0}^{\frac{\tau}{2}} \left[A_i \sin \left(\frac{2\pi}{\tau} it \right) + B_i \cos \left(\frac{2\pi}{\tau} it \right) \right]^2, \quad (28)$$

Parametrai a_0, A_1, B_1 apskaičiuojami iš lygčių sistemos:

$$\sum_{t=1}^{\tau} w_t = \tau a_0 + \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} B_i \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right), \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\tau} w_t \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) &= a_0 \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \\ &+ \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \\ &+ \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) A_i \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right), \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{\tau} w_t \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) &= a_0 \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \\ &+ \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \\ &+ \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) B_i \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) + \\ &+ \sum_{t=1}^{\tau} \sum_{i=1}^{\frac{\tau}{2}} A_i \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right) A_i \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right), \end{aligned} \quad (31)$$

$j = 1, \frac{\tau}{2}.$

Parametrų a_0, A_1, B_1 matematinės išraiškos:

$$a_0 = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} w_t,$$

$$A_i = \frac{2}{\tau} w_t \sin \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right)$$

$$B_i = \frac{2}{\tau} w_t \cos \left(\frac{2\pi i t}{\tau} \right), \quad (32)$$

jeigu:

$$i < \frac{p}{2} \text{ ir } i > \frac{p}{2}, A_{\frac{\tau}{2}} = 0, B_{\frac{\tau}{2}} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} (-1)^t w_t.$$

Gautos lygtys (28)–(31) leidžia modeliuoti atkabos riedėjimo pagrindinio pasipriešinimo jėgos reikšmę ruože.

Papildomo atsitiktinio pasipriešinimo, atsirandančio iešmuose ir kreivėse, lyginamosios jėgos modeliavimui naudojama (8) lygtis:

$$w_{ik}(v) = v^2 \sum_{j=1}^{m_{atk}} q_{atkj} \sum_{i=\alpha_j}^j \frac{C_{ikj}}{l_{ikj}}, \quad (33)$$

čia: v – atkabos riedėjimo greitis, m/s; m_{atk} – vagonų skaičius atkaboje; q_{atkj} – atkabos masė, t; l_{ikj} – atkabos riedėjimo ruožo ilgis, m.

Atsitiktinė C_{ikj} reikšmė atskiram iešmui arba kelio kreivei nustatoma pagal formulę (Taranec 2016):

$$C_{ikj} = \frac{0,56 \cdot \theta_n + 0,23 \varphi_n}{8} \ln \prod_{k=1}^8 R_k, \quad (34)$$

čia: θ_n – n -ojo elemento tipas ($\theta_n = 0$ – kreivė, $\theta_n = 1$ – iešmas; φ_n – n -ojo elemento kreivės centrinis kampas,

laipsniais; R_k – tolygiai išdėstyti intervale (0,1) atsitiktiniai skaičiai.

Oro sąlygų pasipriešinimo atkabos judėjimui lyginamoji jėga modeliuojama pagal formulę:

$$w_{ov} = cv_{rel}^2, \quad (35)$$

čia: c – oro dinaminio pasipriešinimo koeficientas; v_{rel} – atkabos ir vėjo reliatyvusis greitis.

Vėjo reliatyvusis greitis išreiškimas (Taranec 2016):

$$v_{rel} = \bar{v}_v + \sum_{i=1}^{\tau} \left(A_i \cos \frac{2\pi i}{\tau} + B_i \sin \frac{2\pi i}{\tau} \right), \quad (36)$$

čia: \bar{v}_v – vėjo greičio dydžio matematinė viltis, m/s.

Vėjo kryptis modeliuojama šią lygtimi (Taranec 2016):

$$a(t) = \bar{\alpha} + \sum_i \left(A_i \cos \frac{2\pi t}{\tau} + B_i \sin \frac{2\pi t}{\tau} \right), \quad (37)$$

čia: $\bar{\alpha}$ – vėjo krypties kampo matematinė viltis, laipsniais.

Geležinkelio stočių skirstymo kalneliuose pavieniai vagonai skirstomi rietais atvejais. Ruošiamą išformavimui sąstatą sudaro atkabos, t. y. vagonų grupės, skirtos pastatymui į vieną kaupiamąjį kelyno kelią. Maksimalusis vagonų skaičius atkaboje, nustatomas kiekvienam skirstymo kalneliui atskirai. Maksimalusis atkabos ilgis nustatomas skaičiuojant atsirandantį riedėjimo nuo kalnelio procese ir nykstanti stabdymo pozicijose energiją. Riedėjimo metu gauta energija ne turi viršyti energijos,

kuria sugeba užgesinti stabdymo pozicijos. Gauta riedėjimo procese atkabos energija tiesiogiai priklauso nuo vagonų skaičiaus atkaboje, kalnelio aukščio, jo nuleidimo dalies ilgio. Atkabos energija dažnai papildomai slopinama oro sąlygų veiksniais ir atsitiktiniais veiksniais.

Pateiktas straipsnyje vagonų riedėjimo skirstymo kalneliu procesų vertinimo modelis leidžia nustatyti atkabos judėjimui pasipriešinimo jėgų dydžius, veikiant atsitiktiniams veiksniais ir vėjui.

Išvados

1. Nustatyta, kad skirstymo kalnelių veikla vyksta įvesties informacijos neapibrėžtumo sąlygomis ir stabdymo režimų optimizacijos uždaviniai būtina spręsti su prielaida, kad skirstymą įtakojantys atsitiktiniai arba kintamieji veiksniai (stabdiklių pasipriešinimo jėgos, oro sąlygos, kelio kreivių spinduliai ir iešmų parametrai) žinomi iš anksto, t. y. iki riedėjimo pradžios.

2. Straipsnyje pateikti vagonų atkabų riedėjimo skirstymo stoties kalnelyje matematiniai modeliai leidžia atlikti skirstymo kalnelių konstrukcijų analizę ir įvertinti atkabų riedėjimo parametrų pokyčiu riedant ruožu, įvertinant atsitiktinius veiksmų poveikį.

3. Vagonų atkabų riedėjimo skirstymo kalneliu charakteristikų, taikant intervalinį greičio reguliavimą, patikslinimas yra aktualus, kadangi atkabų važiavimo parametrų ir jų riedėjimo sąlygų neapibrėžtumas įtakoja vagonų skirstymo procesų korektiškumui ir saugumui.

Literatūra

- Bobrowski, V. I. 1996. Differential equations of motion unhooked and solution methods, *Information-management systems in rail transport* 6: 34–39.
- Bogdevičius, M. 2012. *Transporto priemonių dinamika*. Mokomoji knyga. Vilnius: Technika, eISBN 978-609-457-296-8. 205 p.
- Broitman, E. 2004. *Železnodorožnyje stancii i uzly*. Maskva: leidykla Maršrut, 372 p. ISBN 5-89035-143-5.
- Lingaitis, L. P.; Liudvinavičius, L.; Butkevicius, J.; Podagėlis, I.; Sakalauskas, K.; Vaičiūnas, G.; Bureika, G.; Gailienė, I.; Petrenko, V.; Subačius, R. Railways. *A General Course: A textbook*. Geležinkeliai. Bendrasis kursas: vadovėlis. Vilnius: Technika. 2009. ISBN 978-9955-28-399-7. 278 p.
- Muha, Y. A. 1962. Derivings peedrolling longun hoo kedwith humpand a comparison of the securveswith experienced. Questions of mechanization and automation of gravity humps. *DIIT Proceedings*, vol. 41, p. 85–110. Dnepropetrovsk.
- Muha, Y. A.; Bobrowski, V. I. 1969. By computer simulation of the process rolling to unhook hump. Questions of mechanization and automation of gravity humps. *DIIT Proceedings*, vol. 90/6, Dnepropetrovsk, p. 53–63.
- Obraztsov, V. N. 1928. On the question of traction calculations marshalling yards. *Proceedings of the MIIT*, vol. 9, p. 129–152. Moscow.
- Obraztsov, V. N.; Nikitin, V. D.; Shaulsky, F. N.; Buzanov, S. P. 1949. *Stationsandunits*. Moscow, Transzheldorizdat. 540 p.
- Raab, F. 1956. *Bewegung sgleichungen und nomographische Rechentafel nals Hilfs mittelfür ab layfdynamischen Unter suchungen*. Rangiertechnik, H. 16.
- Rules and regulations of the design of sorting devices on the rail waysofthe USSR*. VSN 207–89. Moscow, transport, 1992, 104 p.
- Shafit, E. M. 1965. Differential equations with rolling unhook hump at various ways of approximating the long it udinal profile. Questions of mechanization and automation of gravity humps. *Proceedings of the DTIS*, vol. 52, Moscow, Transport, p. 55–72.
- Shusharin, A.V. 2006. *Physikalische Grundlage der technologischen Prozesseaufder Schiene: ein Tutorial*. 2. Aufl., Rev. und ext. / Chelyab. InstBahnen. Tscheljabinsk, p. 21–40.
- Sotnikov, E. A. 1975. Resist the movement of freight cars while sliding down a roller coaster VNIIZhT, *Works*, vol. 545, Moscow, Transport, 151 p.

- Taranec, O. 2016. *Intelligent control systems. Automation of transport. Modlirovaniye skatyvaniya otcepov s sortirovočnoj gorki v uslovijach deistvija slučaiainych faktorov.*1(2), March 2016. UDK 656.212.5:681.3.
- Turanov, K.; Gordijenko, A. 2015. *Analitical Determination of Conditions of Wagon Rolling Down Marshsling Hump Profiles.* Open Acces Library J. N 2, e1912, p. 1–11.
- Zhukovitsky, I. V. 1997. Solutions of differential equations with a free rolling unhooked from hump, *Information-management systems in rail transport* 4: 14–17.